

Indice

Capitolo 1	Introduzione.....	3
1.1	Il Mar Mediterraneo.....	3
1.1.1	La circolazione nel Mediterraneo.....	4
1.2	Mediterranean Forecasting System.....	12
1.2.1	Modello di circolazione generale.....	15
1.2.2	Rete di osservazione.....	17
1.2.3	Schema di assimilazione dati.....	19
1.3	Limiti alla previsione.....	24
1.4	Obiettivi della tesi.....	26
Capitolo 2	29
2.1	Dati utilizzati.....	29
2.1.1	Climatologie.....	30
2.2	Metodologia d'indagine: Funzioni Empiriche Ortogonali.....	36
Capitolo 3	43
3.1	Funzioni Empiriche Ortogonali Univariate.....	43
3.1.1	Metodologia.....	44
3.2	Le EOF univariate per temperatura e salinità.....	47
Capitolo 4	67
4.1	Le Funzioni Empiriche Ortogonali multivariate.....	67
4.2	Funzioni Empiriche Ortogonali bivariate.....	67
4.2.1	Metodologia.....	68
4.2.2	Analisi dei risultati.....	71
4.3	Funzioni Empiriche Ortogonali trivariate.....	99
4.3.1	Metodologia.....	99
4.3.2	Analisi dei risultati con EOFs trivariate.....	102
Capitolo 5	Conclusioni.....	123
Appendice A	Decomposizione in valori singolari (SVD).....	127
Appendice B	Singolarità della matrice di correlazione nel caso della sottrazione della media dei dati stessi.....	131

Appendice C Risultati EOFs trivariate.....	133
Bibliografia.....	145

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Il Mar Mediterraneo

Il Mar Mediterraneo presenta molti aspetti fisici che caratterizzano la circolazione oceanica globale ed è quindi considerato un perfetto laboratorio di ricerca oceanografica soprattutto per quel che riguarda la variabilità della struttura verticale termalina associata alla circolazione, oggetto di studio in questa tesi.

Il Mediterraneo è un bacino semi-chiuso localizzato alle medie latitudini fra Europa, Asia ed Africa; scambia acqua, sale, calore e altre proprietà con il Nord Atlantico attraverso lo stretto di Gibilterra.

Normalmente lo si suddivide in due grandi sotto-bacini collegati fra di loro attraverso il Canale di Sicilia e a loro volta costituiti da mari interni: nel bacino ovest troviamo il Mare di Alboran, il bacino Balearico ed il Mar Tirreno, quello est comprende Mar Ionio, Mar Adriatico, Bacino Levantino e Mar Egeo (fig: 1-1)

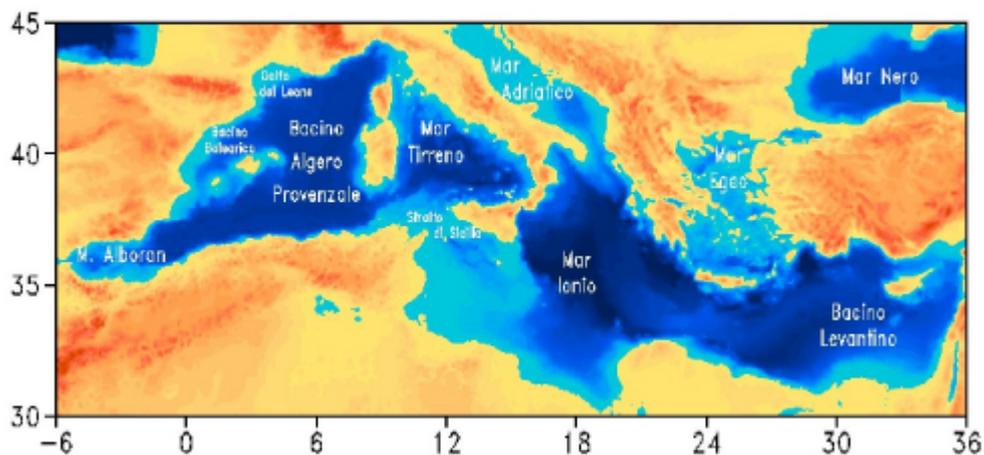


Figura 1-1 Morfologia del Mediterraneo.

1.1.1 La circolazione nel Mediterraneo

Il forzante principale della circolazione del Mediterraneo è quello atmosferico. Questo regola la presenza, o meno, di giri di mesoscala e presenta una variabilità molto pronunciata.

In particolare, i flussi di calore, momento e acqua all'interfaccia aria-mare, mostrano una variabilità a scala interannuale (Pinardi, 1993) molto accentuata.

L'altro forzante "esterno" della circolazione è il flusso entrante di acqua atlantica dallo Stretto di Gibilterra, più stabile nel tempo.

Il Mediterraneo ha un bilancio negativo di acqua ossia l'evaporazione supera l'apporto da parte dei fiumi e delle precipitazioni.

Molto più importante, da un punto di vista qualitativo, è il bilancio negativo di calore che caratterizza il Mediterraneo ($O[10W/m^2]$) (Pinardi, 1993).

Questo comporta la necessità di introdurre un'ingente quantità di calore e acque attraverso lo Stretto di Gibilterra. Il deficit di calore e acqua produce una circolazione di tipo antiestuarino: acque superficiali che entrano e acque profonde che escono con un'interfaccia posta a circa 150 metri di profondità.

La circolazione può essere descritta anche in termini dei movimenti delle masse d'acqua; queste ultime sono volumi caratterizzati da un rapporto tra temperatura e salinità incluso in un intervallo predefinito. In particolare, nel Mediterraneo abbiamo:

- L'Acqua Atlantica Modificata (Modified Atlantic Water-MAW) che viene caratterizzata solo dalla sua bassa salinità (da 36.5 psu a 38.5 psu rispettivamente ad ovest e ad est del Canale di Sicilia). Essa entra dallo Stretto di Gibilterra e compone uno strato con una profondità non superiore al centinaio di metri. Questa massa d'acqua si inabissa sempre più andando da ovest verso est, a causa dell'evaporazione che ne aumenta la densità.

- L'Acqua Levantina Intermedia (Levantine Intermediate Water-LIW). E' caratterizzata da un intervallo di temperatura tra 15-17.5 °C, e uno di salinità tra 38.95-39.1 psu). Si forma nel bacino Levantino orientale grazie a processi di convezione intermedia, ovvero rimescolamento convettivo fino alla profondità di 200-300 metri, che avvengono nel periodo tardo invernale. Da qui si propaga verso il bacino occidentale arrivando fino alla profondità di 400-500 metri nelle regioni più occidentali del bacino.
- L'Acqua Mediterranea Profonda (Mediterranean Deep Water-MDW). E' caratterizzata da temperature nell'intervallo tra 12.6-13.3 °C; e salinità tra 38.4-38.65psu). Si produce durante l'inverno nel Golfo del Leone per il bacino occidentale (WMDW), nell'Adriatico e nell'Egeo per il bacino orientale (EMDW). La EMDW scende a profondità superiori a quelle del Canale di Sicilia, e quindi questa massa d'acqua non entra mai in contatto con la WMDW. Quest'ultima, però, riesce a fuoriuscire dallo Stretto di Gibilterra, rimescolandosi ulteriormente con la LIW.

Studi recenti hanno mostrato che la circolazione del Mediterraneo è il risultato di un delicato equilibrio tra la variabilità di mesoscala, quella stagionale e le scale interannuali (Robinson et al., 2001). Questo complica molto lo studio della circolazione perché le dinamiche legate alle varie scale si sovrappongono e difficilmente si è in grado di separarle.

Studi recenti hanno dimostrato che il comportamento dei due sotto-bacini (occidentale ed orientale) è molto differente: nel Mediterraneo occidentale, il segnale di variabilità stagionale è grande e coinvolge l'intensità delle correnti, l'inversione delle correnti regionali e la variabilità di mesoscala. Nel Mediterraneo orientale, invece, la variabilità interannuale è di grandezza paragonabile al

segnale stagionale e coinvolge cambiamenti delle caratteristiche delle masse d'acqua profonde ed intermedie (Korres et al, 2000). In questa zona, anche la variabilità di mesoscala è molto accentuata, ne sono un esempio i vortici, che compaiono e si rinforzano senza un'apparente regolarità.

Nonostante questo, per semplicità di esposizione, suddividiamo la circolazione in tre grandi categorie in funzione delle scale spazio temporali a cui appartengono:

- a) Circolazione a scala di bacino (che include la circolazione termoalina).
- b) Circolazione a scala di sotto-bacino.
- c) Circolazione di mesoscala.

L'aspetto più importante della circolazione a scala di bacino è la circolazione termoalina: tutti i movimenti verticali e orizzontali delle masse d'acqua dovuti a differenze di densità (fig 1-2).

Nel Mediterraneo questo tipo di circolazione è assimilabile ad un "nastro trasportatore" ed è di due tipi:

il primo,(nastro giallo-rosso) quello zonale, corrisponde alle acque atlantiche che entrano nel bacino. Queste, attraverso interazioni aria-mare, nel loro lungo cammino verso le coste del Medio Oriente (in una zona compresa fra Cipro e Rodi), si trasformano in acque Levantine. Esse si dirigono poi verso occidente fuoriuscendo nuovamente da Gibilterra. La variabilità è a scala stagionale.

Il secondo (nastro blu) è quello meridionale, guidato dalle acque profonde. La profondità del ricircolo è molto più alta, visto che interessa la formazione d'acque profonde e non intermedie, come nel caso precedente. Questo "nastro trasportatore" presenta una scala di variabilità interannuale, quindi è più costante nel tempo rispetto al precedente.

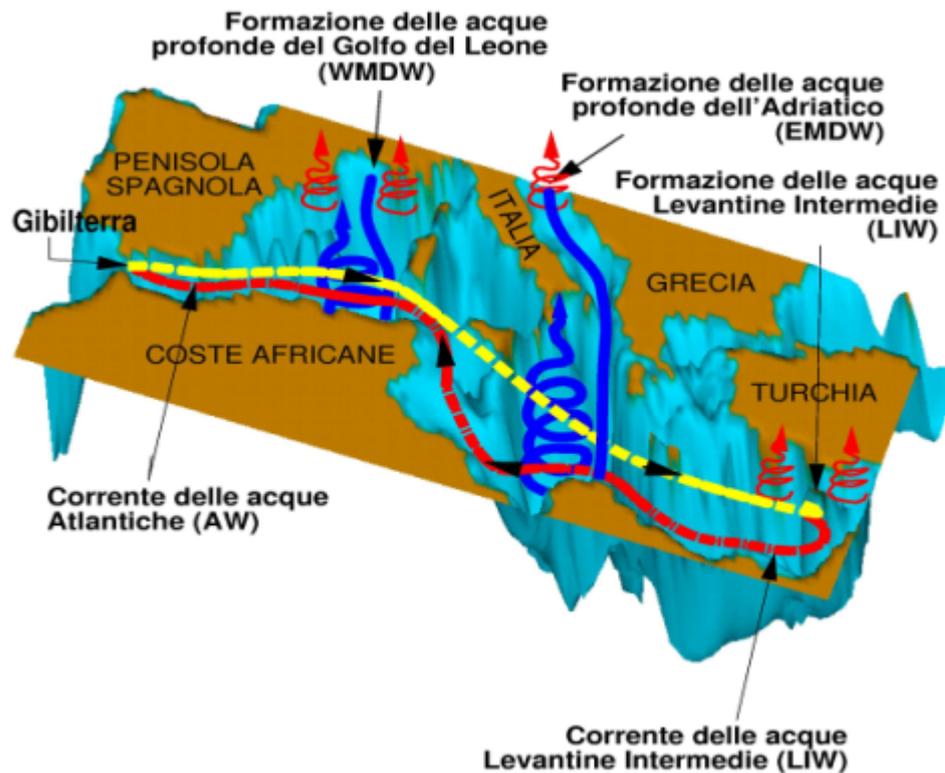


Figura 1-2 Schema della circolazione termoalina .(Pinardi e Masetti, 2000)

La circolazione termoalina è messa in moto dai processi di formazione delle acque profonde ed intermedie.

Il processo di formazione dipende da tre fattori principali:

- L'arrivo di masse continentali d'aria fredda e secca sul mare.
- La presenza di una circolazione ciclonica, che rende la stratificazione della colonna d'acqua molto debole al centro del vortice.
- L'aumento di salinità dell'acqua, dovuto ad un fenomeno di formazione del ghiaccio o alla risalita d'acqua salata da strati profondi.

Questo processo, praticamente puntiforme nello spazio, (interessa aree non più estese di 1 Km) regola tutta la circolazione termoalina dell'oceano globale e del Mediterraneo (Pinardi, 1993).

In particolare, in questo bacino, ci sono due regioni in cui esistono le condizioni propizie affinché avvengano i processi descritti precedentemente.

Nel bacino occidentale tale regione, denominata Golfo del Leone, si colloca intorno ai 42°N e 5°E. La formazione, in quest'area, avviene in risposta al vento di maestrale che soffia durante l'inverno, e che permette la perdita d'ingenti quantità di calore all'interfaccia aria-mare (fino a 1000W/m²) (Pinardi, 1993).

Nel bacino orientale la situazione è un po' più complicata poiché troviamo una zona di formazione di acque profonde nel Nord, e una nel Sud Adriatico. Le acque inabissate escono attraverso lo Stretto di Otranto, ma non si mescolano con la WMDW, perché si trovano a profondità superiore alla batimetria del Canale di Sicilia (circa 400m).

Recenti osservazioni indicano che a nord-est del bacino levantino, zona di formazione del LIW, si possono creare le condizioni per la formazione di Levantine Deep Water (LDW); per lo più durante inverni eccezionalmente freddi (Robinson et al., 2001).

Inoltre, acque intermedie e profonde sono formate anche nel Mar Egeo (AGDW) e hanno assunto un ruolo di primaria importanza dopo il 1987 (Eastern Mediterranean Transient), quando hanno cambiato la circolazione termoalina, apportando modifiche su scala di bacino alle acque mediterranee. Questa fonte genera masse d'acqua più calda, salata e densa rispetto alle masse che esistevano precedentemente, di origine adriatica. Le nuove acque si posizionano nelle aree profonde dello Ionio andando a bloccare la LIW che viaggia verso ovest.

Esistono, nel Mediterraneo, zone di formazione di acque intermedie, che avvengono attraverso processi analoghi, ma che sprofondano solo fino allo strato del termoclino (posizionato fra i 300 e 500 metri di profondità). A questo strato appartiene la LIW che,

come già detto, si forma durante febbraio-marzo nel giro di Rodi per poi propagarsi in direzione ovest nel rimanente bacino.

Oltre il passaggio di Creta, la corrente LIW si biforca: un ramo dirige verso nord, in direzione dello Stretto di Otranto, l'altro si snoda al centro dello Ionio, arrivando al Canale di Sicilia. Una volta raggiunto il bacino occidentale, la corrente circola ciclonicamente nel Tirreno, ne fuoriesce a sud della Sardegna, e la costeggia verso Nord arrivando al Golfo del Leone. Una parte di essa partecipa alla formazione di acque profonde, mentre la rimanente fuoriesce dallo Stretto di Gibilterra (fig:1-3).

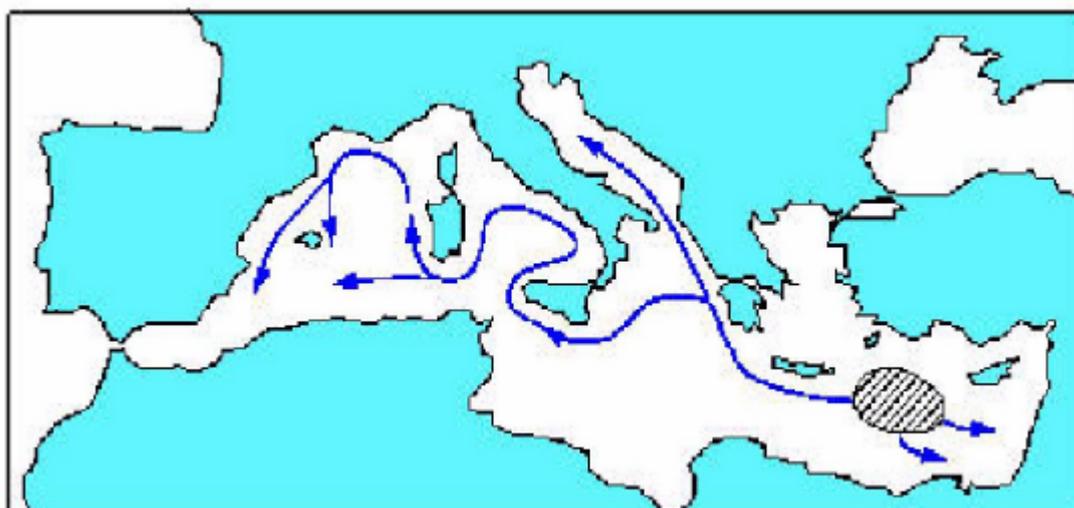


Figura 1-3 Circolazione dell'acqua intermedia Levantina.

Andando verso scale spazio-temporali più brevi si ha la circolazione di sotto-bacino. Si illustrerà solo la circolazione superficiale (strato dei primi 100 metri) dove le strutture di sotto-bacino sono più evidenti. Nel mare di Alboran l'acqua d'origine atlantica forma uno o due giri anticiclonici, chiamati appunto Giri del Mare di Alboran (fig:1-4). Proseguendo verso est la corrente di acqua atlantica prende il nome di corrente Algerina. E' relativamente ben

definita e profonda (200-400 m) lungo le coste marocchine ma diventa più ampia ed irregolare nel procedere verso est lungo la scarpata algerina e fino al Canale di Sardegna (Robinson et al., 2001).

La corrente Algerina è molto instabile e produce meandri che staccano talvolta vortici di grandi dimensioni sia ciclonici che anticiclonici, generalmente più duraturi nel tempo. Nella figura 1-4 in questa regione si mostra un giro anticiclonico in coincidenza con la presenza di questi vortici anticiclonici semi-permanenti.

Procedendo nel suo cammino a sud della Sardegna la corrente di acqua Atlantica si biforca: un ramo si dirige verso nord, circola ciclonicamente nel Tirreno e arriva nel bacino Ligure-Provenzale. La corrente in questa zona è chiamata Liguro-Provenzale-Catalana. L'altro ramo passa il canale di Sicilia e assume il nome di corrente Ionica-Atlantica e attraversa lo Ionio a metà (36°N), dividendolo in due aree: una a nord, composta dal giro ciclonico dello Ionio occidentale e l'altra a sud, composta da uno o più giri anticiclonici.

A sud di Creta la corrente di Acqua Atlantica cambia nome in corrente Mediterranea Medio-Oceanica e a sua volta si divide in due rami, uno circola in direzione nord verso il giro di Rodi, l'altro continua il suo percorso zonale fino alle coste del Libano dove si biforca nuovamente.

In questa zona incontriamo molte strutture di sotto-bacino: il giro ciclonico di Rodi, il giro anticiclonico di Mersa-Matruh ed il sistema di vortici anticicloni collocati a sud-est del bacino levantino: fra essi è il vortice Shikmona a sud di Cipro. (fig 1-4).

Caratteristici della scala di sottobacino sono quindi i giri semi-permanenti e, recentemente, si è formulata l'ipotesi che il forzante principale di questa circolazione fosse il rotore del vento (Pinardi et al., 1993, Molcard et al., 2002). I flussi di calore ed acqua rafforzano l'azione dello sforzo del vento, in particolare durante l'inverno e per i giri ciclonici del bacino.

Le strutture di mesoscala non possono essere raffigurate come fatto per il caso della circolazione termoalina (fig: 1-3) e la

circolazione di sottobacino (fig: 1-4) poiché le scale temporali diminuiscono ulteriormente, e vortici di segno opposto appaiono e scompaiono nella durata di poche settimane. I vortici di mesoscala sono stati campionati per la prima volta da Robinson et al. (1986) per il bacino Levantino, da Paschini et al. (1993) per il Mare Adriatico e recentemente analizzati in grande dettaglio dai dati di altimetria da satellite (Ayoub et al., 1997). In generale si può affermare che i vortici di mesoscala hanno un diametro pari a 4-5 volte il raggio locale di deformazione di Rossby (circa 10 km nel Mediterraneo). Si formano per instabilità idrodinamica delle forti correnti a getto (corrente Algerina, Corrente Atlantico-Ionica, Corrente Medio-Oceanica, ecc.) e normalmente sono evanescenti lontano dalla sorgente di energia che li ha creati. Nelle immagini da satellite, le regioni ad alta energia di mesoscala sono la corrente Algerina e tutto il bacino Levantino.

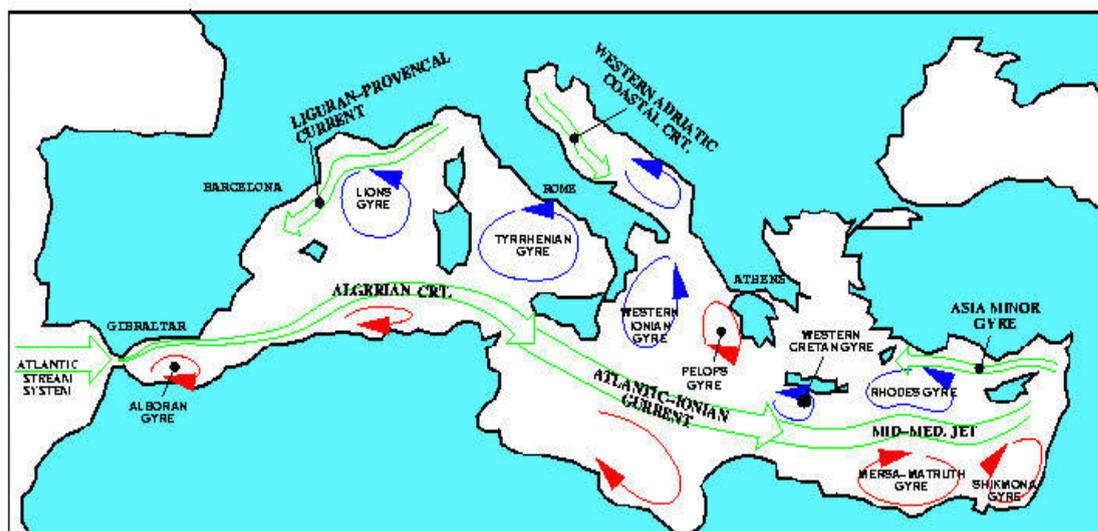


Figura 1-4 Schema di circolazione generale del Mediterraneo.

1.2 Mediterranean Forecasting System

La previsione delle correnti nel Mediterraneo è di fondamentale importanza, per raggiungere l'obiettivo della gestione sostenibile delle risorse e la protezione dell'ambiente costiero (Pinardi et al., 2002).

Per questo motivo, nel 1995, è iniziato un programma di ricerca nel Mediterraneo sotto l'egida di EuroGOOS (www.eurogoos.org, Pinardi e Fleming, 1998) chiamato MFS-Mediterranean Forecasting System. L'obiettivo principale è quello di esplorare la prevedibilità dell'ecosistema marino a livello di produzione primaria dalle scale di bacino alla costa.

Il primo progetto europeo, è iniziato nel 1998 sotto il nome di MFSP-P-Mediterranean Forecasting System Pilot Project (Pinardi et al., 2002), e ha visto la nascita delle previsioni del Mediterraneo (correnti, temperatura, salinità). Si sono inoltre iniziati i primi studi sulle simulazioni ecologiche dalla produttività primaria. La seconda parte del programma, è un progetto, MFSTEP (Mediterranean Forecasting System Toward Environmental Predictions), che ha lo scopo di consolidare ed espandere le attività di previsione a scala di bacino, fino alle aree regionali e di piattaforma continentale. La terza parte che inizierà nel 2005 vedrà lo sviluppo di previsioni di produttività primaria e altri parametri biogeochimici in alcune zone costiere campione.

Il programma MFS si basa sull'ipotesi che la circolazione generale a larga scala influenzi direttamente, o indirettamente, le variazioni idrodinamiche e le proprietà degli ecosistemi, sia nelle aree costiere, sia nelle zone piattaforma continentale (Pinardi et al., 2002).

Per un progetto di tale portata è stato necessario suddividere il lavoro in sette parti:

1. Acquisizione di dati di temperatura, con l'utilizzo di sonde XBT (Expandable BathyThermograph), da parte di operatori specializzati. Questi, regolarmente, s'imbarcano su navi

(Voluntary Observing Ship, VOS) che seguono rotte commerciali predefinite (fig: 1-5)

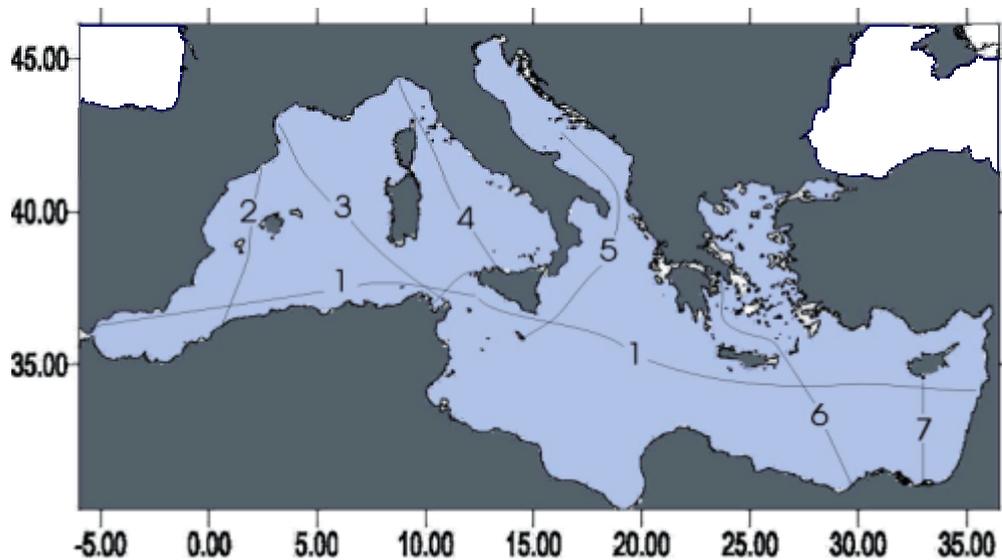


Figura 1-5 Rotte delle navi VOS che lanciano gli XBT.

2. Trasmissione automatica in tempo reale di una serie di parametri fisici come la temperatura, la salinità, le correnti, l'ossigeno disciolto, la torbidità e altre misure di tipo biogeochimico e ottico, attraverso un sistema di boe fisse chiamato Mediterranean Moored Array (M3A).
3. Raccolta ed elaborazione di dati da satellite in tempo quasi reale (NRT, viene definito near real time se i dati sono disponibili entro 3 giorni dalla data di acquisizione reale del dato), come l'anomalia del livello (SLA) e la temperatura della superficie del mare (SST) (fig: 1-6 a scopo di illustrare la copertura dei dati di SLA per un periodo di due settimane nel Mediterraneo). In futuro verrà raccolta ed elaborato anche il dato di "colore" dell'oceano che viene trasformato in concentrazione della clorofilla alla superficie.

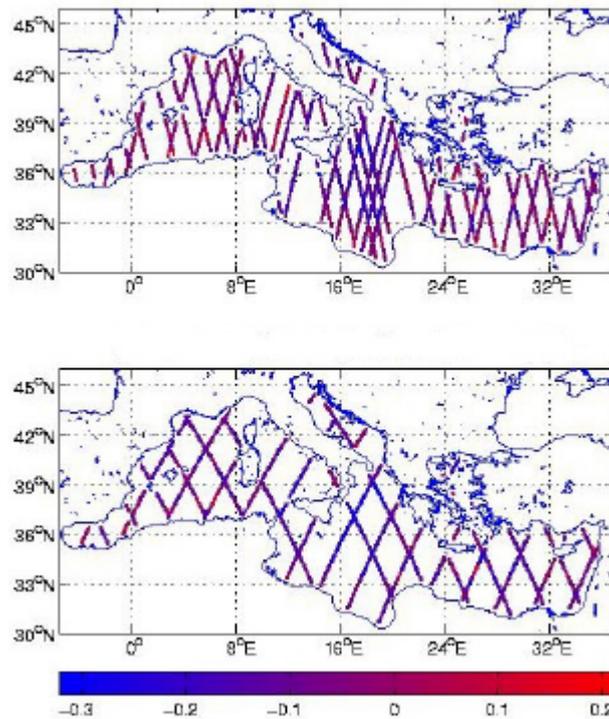


Figura 1-6 : Tracce del satellite ERS-2 e Topex Poseidon per un periodo di 2 settimane dal 4 aprile 2000 al 16 aprile 2000, usate nell'assimilazione che produce un'analisi il 18 aprile 2000.

4. Assimilazione di dati oceanografici, allo scopo di creare le condizioni iniziali nel modello che meglio si avvicinano allo stato fisico della realtà.
5. Simulazione ad alta risoluzione nelle zone di piattaforma tramite modelli accoppiati dalla scala di bacino alla scala costiera.
6. Prove di validità di modelli di ecosistema attraverso confronti con dati reali.
7. Realizzazione settimanale delle previsioni a scala di bacino e pubblicazione della previsione nel sito Web <http://www.cineca.it/mfsp>

Affinché le previsioni siano consistenti con la realtà è necessario, oltre ad un modello di circolazione generale (OGCM), ad avere un sistema d'assimilazione, in grado di utilizzare i dati acquisiti per

inizializzare la previsione. In seguito si descriveranno gli elementi essenziali dell'OGCM, del sistema osservativo e dello schema di assimilazione dati dal quale prende spunto questa tesi

1.2.1 Modello di circolazione generale

Il modello utilizzato è basato sul Modular Ocean Model (MOM), adattato al Mar Mediterraneo da Roussenov et al. (1995) e da Korres et al. (2000). E' costituito da equazioni tridimensionali, primitive, alle differenze finite. Le equazioni primitive sono equazioni di Navier-Stokes per i fluidi geofisici (e quindi, che considerano un sistema rotante e la gravità) a cui sono imposte alcune approssimazioni:

prima fra tutti l'approssimazione di Boussinesq, giustificata dal fatto che vi sono piccole variazioni di densità e, quindi, permette di trattare il fluido come incompressibile. In secondo luogo s'impone l'approssimazione idrostatica; essa implica che il gradiente di pressione verticale sia influenzato solo dalle forze di gravità. Il modello, inoltre, ha una superficie libera rigida ma il calcolo del livello del mare è fatto ad ogni intervallo temporale (Pinardi et al., 1995). Il livello del mare è proporzionale alla pressione sulla superficie rigida, influenzata a sua volta, dalla risposta dinamica a grande scala del livello del mare, dalla dinamica interannuale e dal forzante meteorologico. Le onde gravitazionali esterne, la risposta alla pressione superficiale atmosferica e le maree, sono considerati trascurabili per il calcolo dell'anomalia del livello del mare nelle regioni profonde del mare (Pinardi et al., 1995).

Per quel che riguarda la griglia numerica, il modello presenta 113 punti in latitudine e 363 in longitudine con una risoluzione orizzontale di 1/8 di grado; i livelli verticali sono 31, arrivando ad una profondità massima di 3850 metri. Questo significa che il modello copre tutto il Mediterraneo, da -5 W a 36 E e da 30.5 N a 44.5 N. La griglia sottocampionata ad un quarto di grado è mostrata in figura 1-7. I livelli non sono distribuiti uniformemente nella colonna d'acqua, ma

presentano una risoluzione maggiore nei primi metri. In fig. 1-8 sono riportate le profondità dei 31 livelli del modello usato in questa tesi. Questa zona, essendo direttamente influenzata dal forzante atmosferico, è soggetta a variazioni dei parametri fisici maggiori che non nella restante colonna d'acqua. Di conseguenza, per parametrizzare i processi che determinano questa intensa variabilità, è necessaria una maggiore risoluzione dei livelli verticali. Il modello viene integrato partendo da una condizione iniziale dei campi di temperatura, salinità e velocità con un passo temporale di frazioni di ora, imponendo le condizioni al contorno del forzante atmosferico, che inducono cambi nella circolazione e nella stratificazione della colonna d'acqua. Se il forzante atmosferico proviene anch'esso da una previsione del tempo (nel nostro caso a dieci giorni) si parla di previsione numerica delle correnti marine o previsione marina.

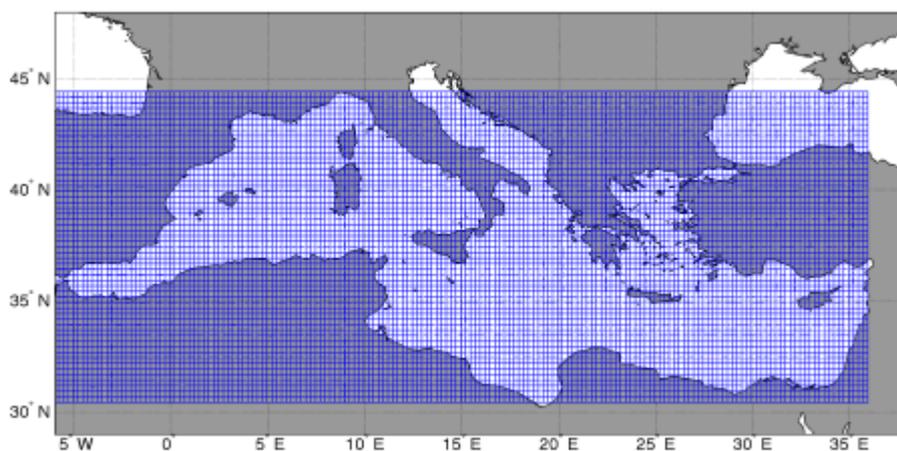


Figura 1-7 Griglia del modello sotto-campionata ad $\frac{1}{4}$ di grado.

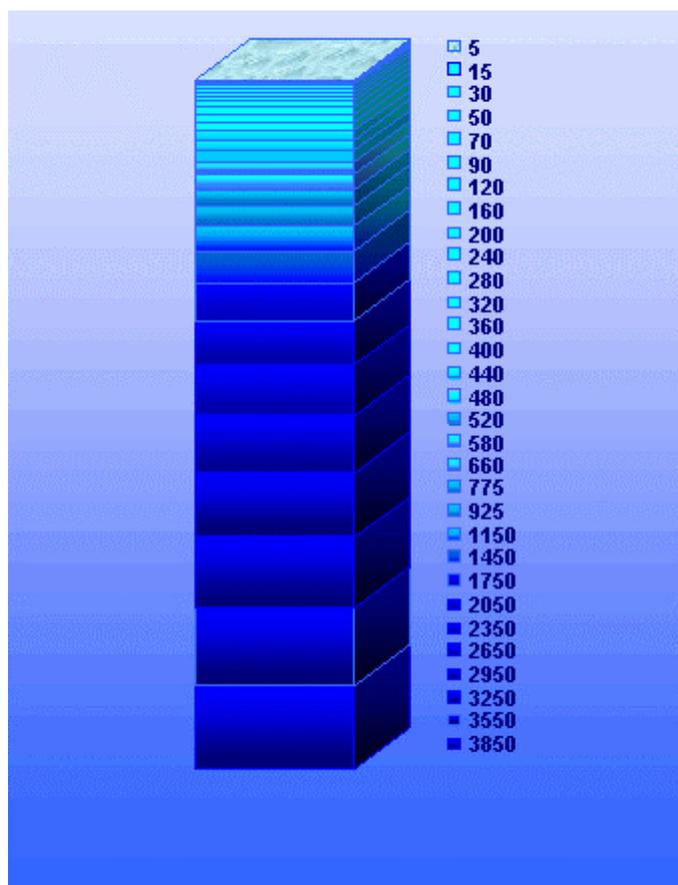


Figura 1-8 Profondità dei 31 livelli verticali del modello.

1.2.2 Rete di osservazione

Come verrà illustrato più avanti, il limite di prevedibilità è strettamente correlato alla qualità della descrizione dello stato presente del sistema che, a sua volta, dipende dalla rete di osservazione e dalla qualità dello schema di assimilazione (Demirov et al., 2002).

I dati collezionati e assimilati settimanalmente per fare una previsione sono di diverso tipo:

- Dati ottenuti tramite dalle sonde XBT, raccolti lungo sette rotte (fig:1-5), che vengono ripetute due volte al mese. I profili di temperatura verticali hanno una risoluzione verticale di 0.6 metri e raggiungono una profondità massima

di 460 e 760 metri, in base al tipo di sonda . I dati sono inviati al Global Teleconnection System(GTS) e a ENEA-La Spezia dove subiscono un primo controllo di qualità; un secondo controllo viene effettuato prima dell'utilizzo dal centro di previsione, attraverso la visualizzazione degli stessi (Demirov et al., 2001).

- Dati di SST (sea surface temperature), ottenuti dai sensori AVHRR-14 e AVHRR-15 posti sui satelliti geostazionari NOAA. Il “Centre Meteorologie Spatiale” (CMS) di Meteo France, situato a Tolosa e l’“Istituto di fisica dell’Atmosfera” del CNR di Roma hanno il compito di collezionare i dati. Questi dati sono medie settimanali centrate su lunedì (comprendono un arco di tempo di sette giorni che va da venerdì a giovedì della settimana successiva) e consistono di dati interpolati sulla griglia del MOM usando le tecniche d’analisi oggettiva.
- Dati di SLA (Sea Level Anomaly) provenienti dai satelliti Topex-Poseidon ed ERS-2 (fig:1-6) sono raccolti da Collection e Localization Satellitaire (CLS) anch’esso situato a Tolosa, Francia. Questi dati vengono elaborati prima di essere resi disponibili per l’assimilazione: prima di tutto è sottratto agli stessi l’errore associato all’orbita dei satelliti, poi è calcolata la SLA sottraendo una media climatologica di cinque anni (1993 – 1997).
- Infine i dati meteorologici alla superficie quali la pressione media a livello del mare, la copertura nuvolosa totale, le componenti meridionali e zonali del vento misurato a 10m, la temperatura dell’aria e la temperatura di condensazione (dew point) misurata a 2 metri. Tutti questi sono raccolti da Meteo France, Tolosa, Francia. Questi campi meteorologici sono a disposizione ogni sei ore e sono utilizzati per forzare l’OMGC; anche in questo caso prima dell’assimilazione

viene fatto un controllo qualitativo attraverso una visualizzazione grafica (Demirov et al., 2002).

1.2.3 Schema di assimilazione dati

L'assimilazione dati è un algoritmo matematico in grado di trasferire i dati osservati ad un modello numerico, nel nostro caso di circolazione oceanica, con lo scopo di ottimizzare le condizioni iniziali di una previsione. L'ottimizzare è intesa nel senso di ricreare nel miglior modo possibile le condizioni reali avendone due stime separate, la prima proveniente da un modello numerico e la seconda dalle osservazioni. In altre parole l'assimilazione dati consiste nel calcolare la “migliore” stima possibile dello stato fisico di un sistema, date alcune osservazioni e un modello numerico prognostico.

In pratica, l'immissione di dati osservati dentro un modello dinamico, serve per correggere la pura simulazione del modello dinamico, avvicinandone i valori a quelli reali.

L'uscita di un sistema di assimilazione è chiamata analisi, ovvero la stima migliore dello stato del sistema. Esistono naturalmente un numero grande di procedure usate nel passato per ottenere le analisi. Nel seguito illustreremo alcuni dei metodi più conosciuti ed usati nel progetto MFSPP per produrre le previsioni.

Normalmente lo schema d'assimilazione consiste nel minimizzare una funzione di costo, definita in modo tale che misuri la differenza (misfit) fra lo stato del sistema, stimato dal modello dinamico, e lo stato osservato.

Lo schema d'assimilazione dati usato nel MOM è denominato System for Ocean Forecast and Analysis (SOFA, De Mey and Benkiran, 2002); questo è uno schema d'interpolazione ottimale, multivariato, di ordine ridotto.

Lo schema viene definito “interpolazione ottimale” perché basato sull'algoritmo del filtro di Kalman. Il termine “multivariato” è utilizzato in quanto lo schema d'assimilazione prende in

considerazione più variabili dinamiche (ovvero la temperatura, la salinità, ecc.); l'“ordine ridotto” si ottiene proiettando il vettore di stato su delle funzioni di stato chiamate Empirical Orthogonal Functions di cui si parlerà in seguito.

Si cercherà, ora, di spiegare brevemente l'algoritmo di Kalman e l'uso che ne viene fatto nelle previsioni marine.

L'algoritmo del filtro di Kalman si può riassumere nel seguente modo: consideriamo y^0 essere le osservazioni, formalmente legate allo stato reale x^t dall'equazione stocastica:

$$y^0 = H(x^t) + \varepsilon \quad 1-1$$

$H(\)$ è definito come “operatore delle osservazioni” ed è non lineare; ε è chiamato “rumore di fondo nelle osservazioni” e si assume avere media zero.

Il modello numerico completo $M(\)$ è usato per produrre il vettore di stato per la previsione x^f a differenti intervalli temporali:

$$x^f(t + \delta t) = M(x^a(t)) \quad 1-2$$

dove x^a denota l'analisi e δt è l'intervallo di tempo che intercorre fra un'analisi precedente nel tempo e una previsione. Al tempo $t + \delta t$ abbiamo quindi una nuova stima dello stato del sistema data da x^f e avremo inoltre nuove osservazioni y^0 . Al tempo $t + \delta t$ si può quindi definire una nuova stima ottimale o analisi attraverso l'equazione seguente :

$$x^a = x^f + Kd \quad 1-3$$

dove K è il guadagno di Kalman e

$$d \equiv y^0 - y^f = y^0 - H(x^f) \quad 1-4$$

è il “vettore innovazione”.

Il guadagno di Kalman è definito da:

$$K^{01} = B^f H^T (H B^f H^T + R)^{-1} \quad 1-5$$

dove B è la matrice di covarianza dell'errore del modello o della previsione e R è la matrice di covarianza dell'errore delle osservazioni.

L' "interpolazione ottimale" (OI) è un caso particolare del filtro di Kalman, in cui la matrice di covarianza dell'errore della previsione, B , è scritta in modo semplificato come:

$$B^f = (D^f)^{\frac{1}{2}} C (D^f)^{\frac{1}{2}} \quad 1-6$$

dove D è una matrice diagonale contenente la varianza dell'errore della previsione e C è una matrice di covarianza piena, contenente la covarianza delle variabili dinamiche tra di loro e nello spazio. Nel caso dell'interpolazione ottimale solo D è considerata variare nel tempo.

De Mey and Benkiran (2002) hanno introdotto una semplificazione nell'algoritmo dell'interpolazione ottimale sopra descritto, scomponendo l'ordine della matrice B in modo tale da semplificare la sua dipendenza temporale

Per passare all'ordine ridotto è necessario introdurre un ulteriore operatore S , definito in modo tale che valga l'uguaglianza:

$$(B^f)^T = S^T B r^f S \quad 1-7$$

La matrice S contiene quindi le autofunzioni della matrice di covarianza dell'errore, ovvero le cosiddette 'Funzioni Ortogonali Empiriche' (Von Storch e Navarra, 1999). In particolare, le S conterranno solo le autofunzioni della parte verticale della matrice di covarianza, in altre parole le EOFs verticali. Quindi Br non sarà diagonale ma sarà diagonale a blocchi, contenendo per ciascuna EOF verticale la correlazione orizzontale. Le EOFs saranno inoltre multivariate e cioè considereranno la correlazione tra le variabili di stato del sistema (temperatura e salinità nel nostro caso).

La scelta di usare solo le EOF verticali, invece che quelle tridimensionali, proviene dall'esperienza fatta negli scorsi venti anni nell'assimilazione dei dati oceanografici. Nel 1986 De Mey e Robinson hanno dimostrato che, usando una interpolazione ottimale semplificata, era possibile assimilare dati di altimetria da satellite usando poche EOFs verticali per estrapolare il segnale del livello del mare sotto la superficie. Questo vuole dire che la correlazione tra

variabili di superficie e struttura verticale delle masse d'acqua nella sotto-superficie è un segnale ben catturato dalle EOF verticali.

Più tardi nel 1991 Mellor e Ezer e poi Masina et al. nel 2001 hanno dimostrato che è possibile usare le correlazioni multivariate verticali per assimilare dati di altimetria in OGCM complessi come quello considerato. Il sistema MFSPP è quindi basato sull'assunzione che la decomposizione migliore della matrice di covarianza dell'errore sia tramite EOF multivariate verticali, che sono appunto il tema di questa tesi.

Proseguendo nella semplificazione, il guadagno di Kalman diviene:

$$\mathbf{K}^{\text{ROOI}} = \mathbf{S}^T \mathbf{B}r^f \mathbf{H}r^T (\mathbf{H}r \mathbf{B}r^f \mathbf{H}r^T + \mathbf{R})^{-1} \quad \mathbf{1-8}$$

dove $\mathbf{H}r = \mathbf{H}\mathbf{S}^T$ e $\mathbf{B}r^f = \mathbf{S}\mathbf{B}^f\mathbf{S}^T$.

Il ciclo d'assimilazione del progetto MFSPP è settimanale; questa scelta deriva dalla distribuzione dei dati di XBT e dalla disponibilità di quelli di SLA. La sequenza di procedure è chiamata “analisi-previsione” e prepara settimanalmente le condizioni iniziali per ogni previsione. Per ogni ciclo settimanale d'assimilazione vengono effettuati due tipi di assimilazione, per dati diversi:

il primo con assimilazione di un set di dati (es: XBT) in modalità “filtro equidistante” e il secondo assimilando l'altro set di dati (es: SLA) in modalità “filtro”; al ciclo successivo le procedure s'invertono (Demirov et al., 2002) (fig: 1-7).

Il “filtro equidistante” è un metodo che usa lo stesso algoritmo di Kalman descritto sopra, usando osservazioni sia della settimana precedente sia di quella seguente il giorno predisposto per l'analisi. Questo tipo di filtro deve, necessariamente, essere applicato solo per tempi di analisi nel passato rispetto al momento destinato per fare partire la previsione (indicato con J nella figura 1-8). Il semplice “filtro”, invece, usa solo osservazioni nel passato, rispetto al momento prefissato per l'analisi, e si usa, quindi per produrre l'analisi di inizializzazione della previsione.

Sia nel caso di un tipo di filtro, che nell'altro, si usa lo stesso algoritmo che però cambia in ragione delle osservazioni usate. Nel caso dell'assimilazione degli XBT sono usate EOF multivariate verticali diverse che nel caso dell'assimilazione della SLA. Questo è fatto nel tentativo di ottimizzare l'impatto dei dati sull'analisi, come verrà spiegato nel seguito.

Questa tesi, che verte sullo studio delle EOFs multivariate, cercherà di trovare il sistema "ottimale" delle EOFs verticali da applicare alle due procedure di filtro descritte sopra.

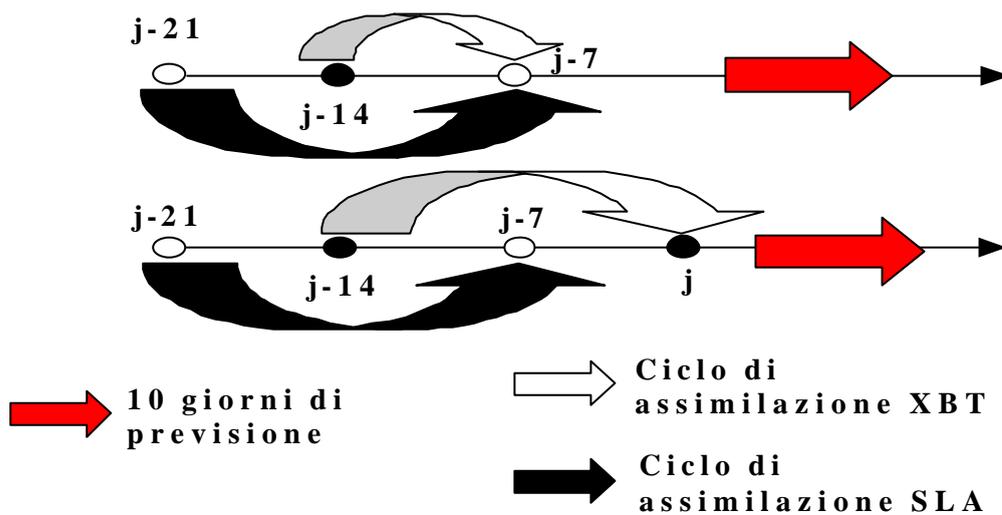


Figura 1-9 Procedura analisi-previsione

1.3 Limiti alla previsione

I fluidi geofisici sono sistemi instabili. Se si considerano due soluzioni di un tale sistema, prodotte da condizioni iniziali leggermente differenti, queste divergeranno sempre più, a tal punto che le somiglianze tra le due soluzioni diverranno. Questo significa che le previsioni calcolate matematicamente non possono essere perfette, ma divergono sempre più dalla realtà per effetto cumulativo delle approssimazioni fatte alle equazioni dinamiche, e per gli errori nella specificazione delle condizioni iniziali.

Queste ragioni fissano un limite finito di tempo alla nostra capacità di prevedere lo stato del sistema con precisione.

Una delle ragioni per le quali la condizione iniziale è conosciuta solo con un certo margine di incertezza è che l'ambiente non può essere perfettamente misurato e quindi la condizione iniziale è lontana dalla realtà.

Quando si produce una previsione, come ipotesi di lavoro, si assume che il sistema preso in considerazione sia deterministico e che siano conosciute le esatte equazioni che lo governano (anche se non è realmente così), per cui l'unica fonte d'errore deriva dalle misurazioni dell'ambiente.

Gli "errori di misura" sono dovuti in massima parte ad un'incorretta interpolazione dei dati osservati in regioni prive di misure; questi ultimi sono la maggior fonte d'errore di un sistema di previsione.

Le leggi fisiche, che governano il moto di un fluido, possono essere formulate come un sistema di equazioni differenziali. Il problema della previsione può essere interpretato come la ricerca di una particolare soluzione del sistema che soddisfi le condizioni iniziali, corrispondenti allo stato presente.

Allo scopo di studiare gli errori, che derivano da un'inadeguata conoscenza delle condizioni iniziali di un sistema, è necessario

considerare coppie di soluzioni delle equazioni. Di queste, una è frutto dell'esatto stato presente, l'altra è influenzata dagli errori sulle osservazioni. Assumendo che ci sia un limite alla precisione nell'osservazione della realtà, si può concludere che l'intervallo di accettabilità di una previsione è limitato al tasso al quale le soluzioni divergeranno.

Lorenz nel 1967, notò che un elemento fluido, di una grandezza data, alla fine perde la sua identità di elemento, come risultato della diffusione a scale più piccole. Egli stabilì che le equazioni dinamiche non permettono di predire il comportamento di un elemento fluido, appartenente ad una determinata scala spazio-temporale, per un tempo più lungo di quello impiegato dallo stesso a mantenere la propria identità.

Generalmente, è assunto che la crescita dell'errore all'inizio è quasi esponenziale; appena gli errori diventano di grandezza finita, il loro tasso di crescita diminuisce, fino a cessare. La grandezza dell'errore dovrebbe oscillare intorno a valori uguali alla differenza fra due stati casuali del sistema.

Al giorno d'oggi, lo studio del moto a grande scala nell'atmosfera e nell'oceano è affrontato con modelli numerici, che simulano le condizioni reali del fluido sotto esame. Nonostante lo sviluppo tecnologico, neppure i moderni computer sono in grado di descrivere il comportamento di ogni singola particella di fluido attraverso le equazioni di Navier-Stokes. In realtà, ciò che si fa, è descrivere le proprietà del fluido fino ad una certa scala (pari ad un certo numero di passi di griglia), mentre tutti i processi sotto tale scala sono parametrizzati in funzione di movimenti a scala più grande, attraverso l'utilizzo di parametri. Si può pensare che, questi parametri, rappresentino le proprietà statistiche delle piccole scale, in funzione di quelle grandi. Queste parametrizzazioni impongono al sistema un limite finito di predicibilità poiché normalmente non sono applicabili su tutto lo spettro di fenomeni considerati nelle equazioni del moto a grande scala.

Negli anni sessanta, al M.I.T., un gruppo di ricerca, denominato Statistical Forecasting Project, avvalorò l'ipotesi che le parametrizzazioni di fenomeni a piccola scala, basate su conoscenze fisiche, sono possibili ed è lecito utilizzarle nelle previsioni numeriche.

Questa tesi, lungi dal risolvere il problema della predicibilità dei fluidi geofisici, ed in particolare di quello oceanico, cerca di studiare la struttura termoalina dei campi idrodinamici, al fine di trovare la migliore approssimazione al problema dell'inizializzazione o analisi. In questo sottocapitolo si è voluto però discutere il problema della predicibilità nella sua generalità, considerando quindi anche le approssimazioni che sono fatte nelle equazioni del moto, e che sono parte importante delle limitazioni alla nostra capacità di prevedere nel futuro.

1.4 Obiettivi della tesi

La tesi prende spunto dalla caratterizzazione della matrice del filtro di Kalman in termini di EOFs multivariate, nel tentativo di assimilare dati da satellite di SLA, e osservazioni di profili di temperatura da XBT. In precedenza si è sostenuto (vedi cap. 1.2) che le EOFs usate sono solo verticali, in altre parole considerano la varianza e la correlazione dei campi dinamici tra loro solo al variare della profondità.

I campi dinamici delle equazioni primitive, in altre parole i campi predetti dalle equazioni del moto e quelle termodinamiche, sono il campo di velocità orizzontale, la temperatura, la salinità. La densità è calcolata tramite l'equazione di stato, sapendo le variazioni di temperatura e salinità nel tempo. La pressione è anch'essa calcolata in modo diagnostico dall'equazione idrostatica e la velocità verticale è, allo stesso modo, calcolata in modo diagnostico dall'equazione di continuità. I campi prognostici veri di un OGCM sono quindi la temperatura, la salinità e il campo di velocità orizzontale. Ci

concentreremo quindi sulla varianza e correlazione dei campi di temperatura e salinità e livello del mare. Quest'ultimo è imposto non da considerazioni dinamiche ma dalle specifiche osservazioni usate nel sistema osservativo da satellite del Mediterraneo.

Come detto nell'introduzione, le masse d'acqua costituiscono la struttura fondamentale dei campi di temperatura e salinità al variare della profondità. Noi siamo interessati appunto alla rappresentazione della varianza della temperatura e salinità nella verticale e alla loro correlazione. Nel passato si utilizzavano i diagrammi T-S per identificare le masse d'acqua e le strutture verticali del termocline nei bacini oceanici. Ora, moderne tecniche statistiche, hanno mostrato che l'utilizzo delle EOF può ben riassumere tale tipo di informazione.

Con il supporto di queste conoscenze, questa tesi si prefigge d'identificare il numero ottimale di modi verticali per descrivere masse d'acqua del termocline superiore.

Recentemente si è visto che la struttura verticale del termocline superiore, nel Mediterraneo, può essere rappresentata da un limitato numero di EOFs verticali multivariate (Sparnocchia et al., 2002). Ciò significa che, in condizioni di mare aperto, e per scale temporali relativamente corte mesoscala (giorni-settimane) alla stagionale, è possibile ridurre la complessità verticale, o i gradi di libertà di una variabile di stato, come la temperatura o la salinità (Sparnocchia et al., 2002).

Attualmente, lo schema di assimilazione utilizza 10 EOFs bivariate, ovvero autofunzioni della matrice di correlazione tra temperatura e salinità. Queste autofunzioni sono, inoltre, state calcolate dalle osservazioni storiche che in molte regioni sono insufficienti per soddisfare criteri di campionamento statistico.

In questa tesi si è tentato di fare un passo ulteriore: si sono calcolate le EOFs trivariate utilizzando, non solo dati di temperatura e salinità, ma anche di anomalia del livello del mare. Si sono inoltre usati campi dinamici provenienti dal modello numerico invece che osservazioni storiche.

Lo scopo consiste nell'identificare il minor numero di EOFs che catturino in temperatura e salinità la varianza associata alla stagione e alla mesoscala. Inoltre, se si dimostrasse la validità delle funzioni empiriche ortogonali trivariate, queste potrebbero sostituire le bivariate nel sistema di assimilazione dei dati, migliorando la predicibilità del sistema in generale, e quindi aumentando la nostra capacità di prevedere lo stato futuro del sistema.

Capitolo 2

2.1 Dati utilizzati

I dati utilizzati in questa tesi derivano tutti dalle analisi prodotte dal sistema di assimilazione dell'MFSPP. Questo sistema, grazie all'assimilazione di osservazioni reali, è in grado di produrre la miglior stima possibile dei campi di temperatura e salinità, che sono l'oggetto di studio di questa tesi. L'analisi, come abbiamo già visto, consiste nella fusione di dati di XBT e SLA con le previsioni del modello numerico. Nel processo di analisi, le osservazioni utilizzate ricadono in un intervallo temporale di quindici giorni antecedenti la data a cui si vuole la stima. Queste vengono assimilate adottando la modalità “filtro” e “filtro equidistante” alternativamente, a seconda che siano dati di temperatura o anomalia del livello del mare.

In questa tesi verranno usati i campi di analisi prodotti come medie giornaliere durante il processo di assimilazione descritto nel capitolo precedente. Ai fini presenti, questi “dati” rappresentano la migliore stima dello stato del sistema dinamico in termini di variabilità spazio-temporale dei campi di temperatura, salinità e livello del mare.

I dati di analisi sono disposti sulla griglia del modello di circolazione generale, che presenta 113 punti in latitudine e 363 in longitudine con una risoluzione orizzontale di 0.125 gradi.

Verticalmente la colonna d'acqua è suddivisa in 31 livelli: presentando una risoluzione che diminuisce andando in profondità.

E' importante notare che, attraverso il livello del mare, si può avere una idea di quale sia la circolazione barotropica o alla superficie. Se consideriamo valide le approssimazioni di acqua bassa (fluido omogeneo, incomprimibile ed inviscido), le oscillazioni di piccola ampiezza e quella geostrofica possiamo scrivere:

$$f_u = -gH_o \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad 2-1$$

$$f_v = gH_o \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad 2-2$$

dove f è il parametro di Coriolis, g è l'accelerazione di gravità, H_o è la profondità, η la è superficie libera, ed infine, u e v sono rispettivamente le velocità zonali e meridionali della corrente.

I dati di temperatura, salinità e livello del mare saranno composti in modo tale da costruire matrici di covarianza verticale per ciascun punto della griglia orizzontale del modello. Da questa matrice di covarianza si calcoleranno le Funzioni Ortogonali Empiriche-EOF della struttura verticale termoalina del Mediterraneo.

Si è concentrato lo studio sul periodo primaverile che va dal 4 aprile 2000, data in cui inizia il ciclo di assimilazione della SLA, al 9 maggio 2000. Le EOF calcolate devono quindi spiegare la variabilità temporale di questi 35 giorni. L'intervallo temporale è stato scelto come compromesso; infatti, se troppo lungo, le EOFs avrebbero difficoltà nel catturare la variabilità stagionale del termocline, in quanto ci sarebbe molto rumore di fondo, prodotto dai cambiamenti a scala temporale maggiore (es: interannuale). Se il periodo di studio fosse troppo corto, invece, un altro tipo di rumore si mostrerebbe, dovuto alle scale non ben risolte dal modello e alla statistica del campionamento che sarebbe limitante la validità delle EOF stesse.

2.1.1 Climatologie

Le climatologie, sono come medie matematiche delle analisi del modello. Queste sono utili poiché, per la valutazione delle EOFs, è necessario il calcolo delle anomalie di temperatura, di salinità e di livello della superficie del mare rispetto ad una certa media.

Abbiamo tre tipi di scelte che possiamo fare per avere delle climatologie:

1. una media annuale per 4 anni (1993-1997),

2. una media climatologica mensile calcolata sempre per lo stesso periodo,
3. oppure una media dei dati utilizzati per il calcolo delle EOFs.

In ogni caso, comunque, la media viene calcolata per ogni punto griglia del modello.

Sottraendo la climatologia annuale ai dati è molto probabile che le EOFs, calcolate con queste anomalie, catturino molto della variabilità del ciclo interannuale riferita, quindi, a scale temporali lunghe. In questo caso, infatti, le serie temporali possiedono un forte carattere del ciclo stagionale. Forse una climatologia di questo tipo potrebbe essere utile per mettere in relazione parametri che, nel Mediterraneo, variano con periodi di molti anni (es: zone di formazione di acque profonde, alternanza di regimi ventosi con prevalenza di Scirocco o Maestrale).

Allo scopo di eliminare il segnale del ciclo stagionale, la sottrazione della climatologia mensile è più indicata. In questo modo le anomalie contengono informazioni di entrambe le frequenze (interannuale e di mesoscala), difficilmente distinguibili per la mancanza di dati (Sparnocchia et al., 2002).

Nel caso del calcolo delle anomalie attraverso le medie mensili, avendo a disposizione un campione di dati compreso fra due mesi (4 aprile 2000 - 9 maggio 2000), la media sottratta al campione di dati è un valore pesato in base al numero di giorni di aprile e maggio che ricadono all'interno del campione stesso.

In letteratura, tuttavia, il metodo più utilizzato è la sottrazione della media stessa dei dati dai quali si calcolano le EOFs. In questo modo si ottengono anomalie perfettamente centrate intorno allo zero e questo ha forti implicazioni matematiche e concettuali.

Intuitivamente possiamo affermare che la normalizzazione attraverso i dati stessi ha il vantaggio che le anomalie possiedono una fortissima componente di variabilità di mesoscala, ma lo svantaggio è di imporre delle condizioni che limitano i gradi di libertà del sistema.

Le figure riportate di seguito, mostrano i profili giornalieri di temperatura e salinità (in giallo) per i punti mostrati in figura 2-1, e le varie medie: annuale (in verde), mensile (rosso), calcolata dalle osservazioni (in blu).

Osservando profili climatologici di temperatura e salinità calcolati nei tre modi spiegati in precedenza è ben visibile la differenza fra le varie medie (vedi da fig. 2-2 a fig. 2-6). Questa differenza è molto pronunciata soprattutto nella zona dello strato rimescolato, al disopra del termocline. In questa zona la variabilità dovuta al susseguirsi delle stagioni è molto alta proprio perché direttamente influenzata dall'irraggiamento solare e degli agenti atmosferici.

Sul fondo l'influenza del ciclo stagionale è meno pronunciata, in quanto il forzante atmosferico si attenua con la profondità; le condizioni sono molto più stazionarie e le tre medie tendono ad avvicinarsi o addirittura a coincidere.

Nel caso in cui utilizzassimo una media annuale per creare le anomalie, le funzioni empiriche ortogonali avrebbero la tendenza a spiegare la varianza alla superficie trascurando i cambiamenti che avvengono sul fondo.

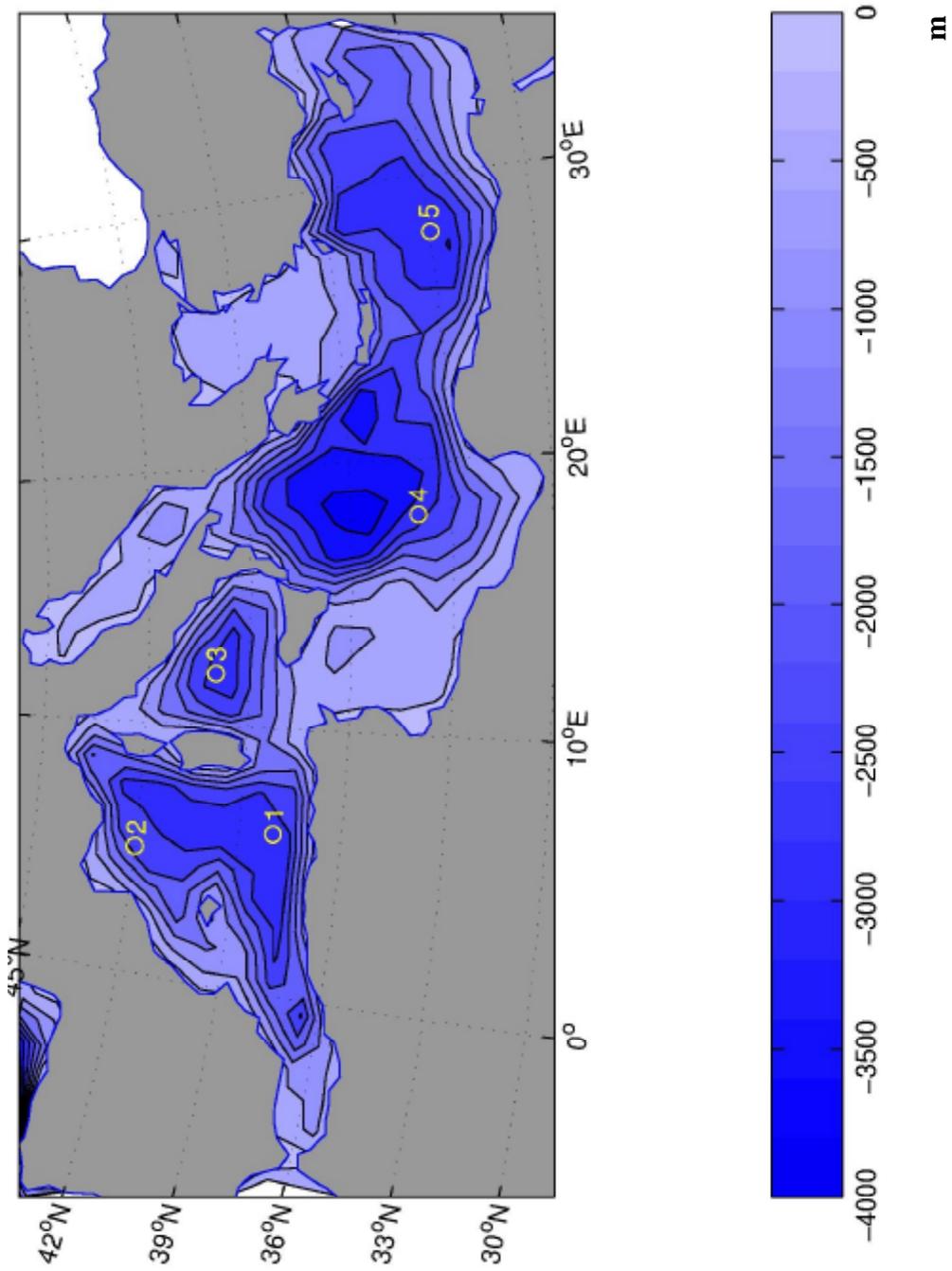


Figura 2-1 Collocazione spaziale dei profili di temperatura e salinità (in giallo).

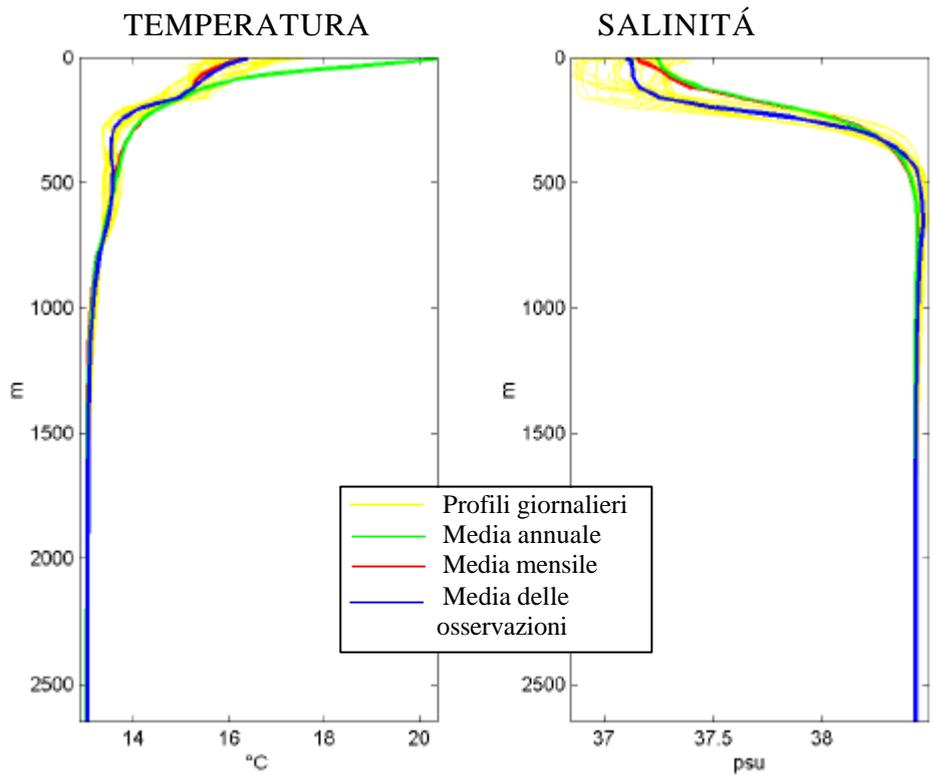


Figura 2-2 Profili di temperatura e salinità nel punto 1.

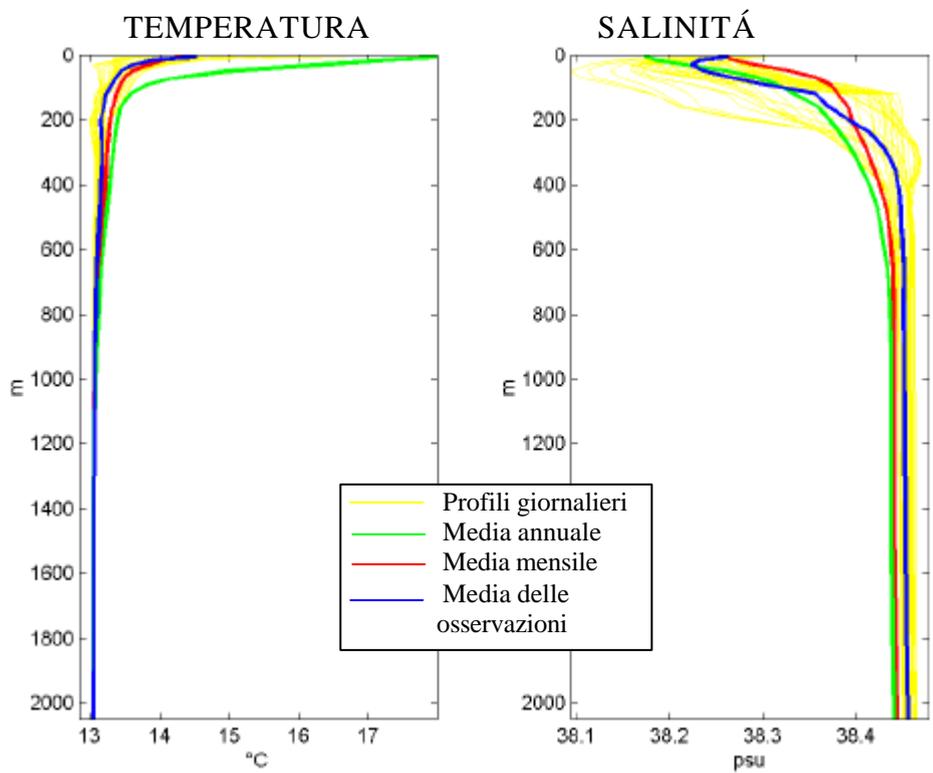


Figura 2-3 Profili di temperatura e salinità nel punto 2.

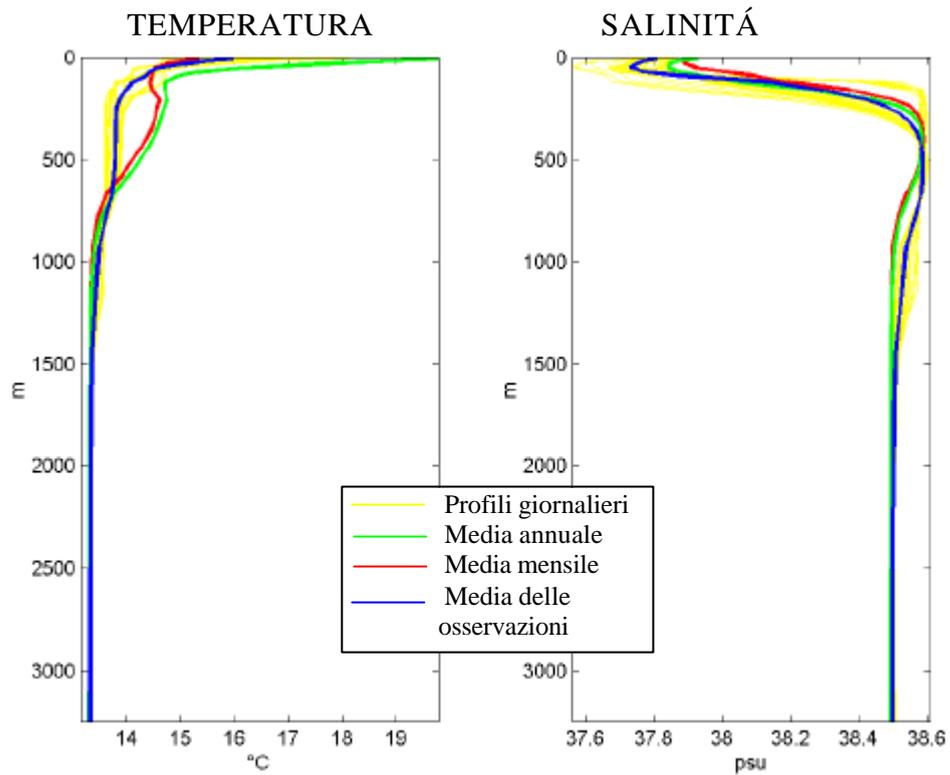


Figura 2-4 Profili di temperatura e salinità nel punto 3.

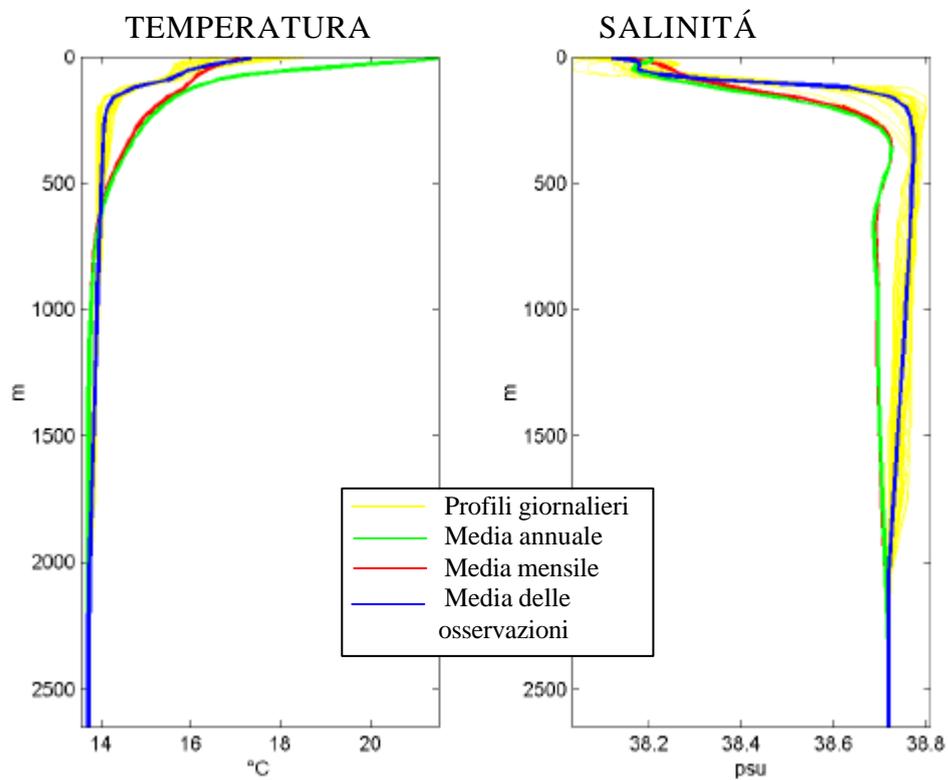


Figura 2-5 Profili di temperatura e salinità nel punto 4.

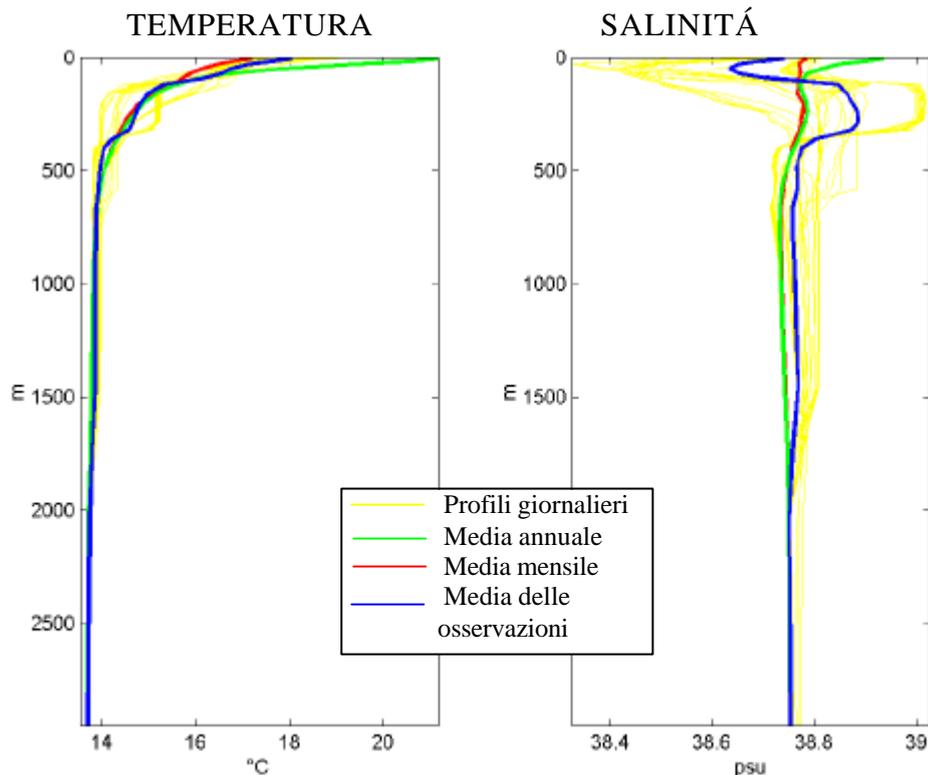


Figura 2-6 Profili di temperatura e salinità nel punto 5.

2.2 Metodologia d'indagine: Funzioni Empiriche Ortogonali

Si sono già illustrati i limiti delle previsioni deterministiche; ugualmente possibili potrebbero essere le previsioni statistiche. Queste ultime studiano le caratteristiche del sistema nel passato per poi enucleare relazioni statistiche utili per prevedere l'evoluzione del sistema nel futuro. Molti ritengono che i due metodi siano tipi di approcci opposti al medesimo problema, ma ciò può essere facilmente confutato. Infatti, le previsioni dinamiche non sono totalmente libere da relazioni empiriche poiché, spesso, molte delle approssimazioni che facciamo sono suggerite dalle relazioni empiriche stesse, ad esempio la geostrofia. Di contro le previsioni statistiche si basano su leggi fisiche invarianti nel tempo: se così non fosse, i sistemi fluidi, come

oceano e atmosfera, fluttuerebbero in maniera caotica e non sarebbe possibile fare previsioni sul comportamento futuro, basandosi su formule empiriche(Lorenz,1956).

Forte di queste conoscenze, Lorenz nel 1956 introdusse le Funzioni Empiriche Ortogonali EOF e notò che queste potevano dare un buon contributo alle previsioni statistiche. Lo scopo dei suoi studi era trovare un metodo per estrarre una rappresentazione compatta e semplificata, ma allo stesso tempo “ottimale” (nel senso dei minimi quadrati), di un gran numero di dati che avesse una dipendenza sia spaziale sia temporale.

La base per applicare il metodo delle EOFs deriva dalla conoscenza che le relazioni fra serie temporali di variabili differenti guidano l’evoluzione dei processi, sia atmosferici sia oceanici (Navarra, A., Von Storch,H.,1999).

La salinità di una colonna d’acqua a m livelli, osservata in n tempi differenti, può essere rappresentata da m variabili $x_m(t_n)$. Tale colonna d’acqua genera uno spazio vettoriale di dimensione m.

Ora, si immagini una matrice X come una matrice $m \times n$, in cui sulle righe vi sono i vari livelli di profondità e le colonne presentano la sequenza temporale (t_1, t_2, \dots, t_n) . Questa matrice può essere pensata come un insieme di n vettori m-dimensionali, diretti dall’origine ad un punto nello spazio m-dimensionale.

$$X = \begin{pmatrix} x_1(t_1) & x_1(t_2) & \dots & x_1(t_n) \\ x_2(t_1) & x_2(t_2) & \dots & x_2(t_n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_m(t_1) & x_m(t_2) & \dots & x_m(t_n) \end{pmatrix} \quad 2-3$$

Se non ci fosse alcuna correlazione fra i vari vettori, la loro distribuzione sarebbe uniforme nello spazio, poiché la probabilità di prendere una direzione o l’altra è la stessa. Se, al contrario, si suppone la presenza di una qualche correlazione, la distribuzione delle loro estremità sarebbe raggruppata in zone o lungo direzioni preferenziali (Peixoto, J.,P., Oort, A., H.,1992).

Le EOFs sono gli elementi di una base ortogonale che individua le direzioni preferenziali in cui sono disposti i dati, in uno spazio m dimensionale.

In altre parole si vuole trovare una base (vettori ortogonali, le nostre EOF) la cui orientazione è definita massimizzando la somma dei quadrati delle proiezioni delle n osservazioni su ogni vettore della nuova base.

Per fare ciò vedremo la necessità di avere vettori ortogonali fra loro, cioè linearmente dipendenti. Questi hanno la caratteristica di non essere ottenibili l'uno dall'altro.

Formalmente si può esprimere questo concetto massimizzando l'espressione:

$$\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n [\bar{x}_m(t) \cdot \bar{e}_m]^2 \quad 2-4$$

dove $\bar{x}_m(t)$ è l'osservazione al tempo t, contenente i valori di salinità a m livelli. \bar{e}_m rappresenta uno dei vettori della nuova base, anch'esso di dimensione m. Il prodotto fra $\bar{x}_m(t)$ ed \bar{e}_m è inteso come prodotto scalare. Da un punto di vista geometrico ha il significato di proiettare il vettore $\bar{x}_m(t)$ sull'elemento della base \bar{e}_m . Algebricamente il prodotto scalare. Da un punto di vista geometrico ha il significato di proiettare il vettore $\bar{x}_m(t)$ sull'elemento della base \bar{e}_m .

Per semplicità nella trattazione matematica d'ora in poi si adotterà la formulazione matriciale. L'equazione precedente può quindi essere scritta come:

$$\frac{1}{n} [\bar{e}_m^T \mathbf{X} \mathbf{X}^T \bar{e}_m] \quad 2-5$$

Se si definisce la matrice di correlazione C come:

$$\mathbf{C} = \frac{1}{n} \mathbf{X} \mathbf{X}^T \quad 2-6$$

La formula precedente si trasforma in

$$\bar{e}_m^T \mathbf{C} \bar{e}_m \quad 2-7$$

Le Funzioni Empiriche Ortogonali sono definite come gli autovettori della matrice di covarianza.

Per massimizzare l'espressione precedente è necessario che i vettori della nuova base $(\bar{e}_1, \dots, \bar{e}_m)$ siano ortogonali fra di loro.

Un modo semplice per capire la necessità di ortogonalità fra i vettori \bar{e}_m è supporre di scegliere di fermarsi al più basso ordine di funzioni di base per rappresentare la struttura dei dati. Immaginiamo di avere già ricavato il primo vettore della base \bar{e}_1 . A questo punto si vuole compiere la miglior scelta possibile per la seconda funzione di base. Chiaramente la peggiore è scegliere la seconda funzione di base uguale alla prima perché in questo modo non darebbe nessuna informazione aggiuntiva alla prima. Questo suggerisce che la seconda funzione dovrebbe essere il più differente possibile dalla prima, più precisamente: questa funzione non dovrebbe essere correlata spazialmente con la prima.

Estendendo questo concetto ad uno spazio m-dimensionale, è chiaro che un insieme di m funzioni deve essere scelto tale che ogni funzione sia ortogonale nello spazio; sia:

$$E = [\bar{e}_1, \bar{e}_2, \dots, \bar{e}_m] \quad 2-8$$

quindi

$$E^T E = I \quad 2-9$$

Per determinare il primo vettore della base è necessario trovare il massimo della funzione $f(\bar{e}) = \bar{e}^T C \bar{e}$ con il vincolo che $\bar{e}^T \bar{e} = 1$. Tale problema è risolto con i moltiplicatori di Lagrange: si costruisca una nuova funzione, detta Lagrangiana, dipendente dal vettore \bar{e} e dal moltiplicatore Lagrangiano λ .

$$L(\bar{e}, \lambda) = f(\bar{e}) - \lambda(\bar{e}^T \bar{e} - 1) \quad 2-10$$

sostituendo $f(\bar{e})$ si ottiene:

$$L(\bar{e}, \lambda) = \bar{e}^T C \bar{e} - \lambda(\bar{e}^T \bar{e} - 1) \quad 2-11$$

Trovare il punto critico (punto in cui il gradiente è uguale a zero) della funzione $f(\bar{e})$ con il suddetto vincolo, equivale a trovare il punto

critico libero della funzione Lagrangiana (Pagani et.al.,1991).

Procedendo nei calcoli:

$$\nabla L = 0 \Rightarrow \nabla_e (\bar{e}^T C \bar{e}) - \lambda \nabla_e (\bar{e}^T \bar{e} - 1) = 0 \quad 2-12$$

Dopo un po' di manipolazioni si ottiene:

$$2(C - \lambda I)\bar{e} = 0 \quad 2-13$$

dove la matrice I è la matrice identità; quindi:

$$C\bar{e} = \lambda\bar{e} \quad 2-14$$

Questo viene definito problema agli autovalori: infatti λ prende il nome di autovalore ed \bar{e} è il corrispettivo autovettore. Gli autovettori della matrice di covarianza sono chiamati anche funzioni empiriche ortogonali o EOFs. Si può notare come questi escano naturalmente quando si cerca un nuovo sistema di coordinate lungo la “regolarità” dei dati.

In realtà, l’algoritmo che si utilizzerà in questa tesi, per il calcolo delle EOFs, è chiamato Decomposizione in valori singolari o SVD (APPENDICE A). I vantaggi della SVD per il calcolo delle EOFs rispetto ai metodi tradizionali derivano dal fatto che è un metodo più stabile numericamente e in molti casi più veloce (Korres et al.,2000).

Ora, è necessario sottolineare che il λ definito come moltiplicatore Lagrangiano è l’autovalore stesso. Questo è una misura della sensibilità del valore del punto critico di $f(\bar{e}) = \bar{e}^T C \bar{e}$ rispetto alle variazioni imposte dal vincolo. Trasferendo lo stesso concetto al problema degli autovalori, esso dà una indicazione del peso che il vettore \bar{e} ha sulla nuova base. Poiché si vuole che il vettore \bar{e} sia il più significativo possibile si può scrivere che

$$\lambda_1 = \max_{0 \neq \bar{e} \in \mathfrak{R}^m} \bar{e}^T C \bar{e} \quad 2-15$$

In questo caso il primo autovalore rappresenta il massimo della varianza campionaria su tutte le direzioni non nulle.

Nel paragrafo 3.1.1, si vedrà come, attraverso gli autovalori, è possibile calcolare la percentuale di varianza spigata (PVE). Questa risulterà un indice fondamentale per determinare la scelta di quanti modi sono necessari per catturare la maggior parte di variabilità.

In questo lavoro si troveranno le EOFs della matrice di correlazione tra dati di anomalia di temperatura e salinità e livello del mare. Si analizzeranno innanzitutto le EOF univariate, poi quelle bivariate e trivariate nel tentativo di trovare il numero minimo di gradi di libertà o EOFs che possano rappresentare la variazione delle masse d'acqua nel bacino, in coincidenza o meno alla presenza di anomalie nel livello del mare.

Capitolo 3

3.1 Funzioni Empiriche Ortogonali Univariate

Le funzioni empiriche ortogonali (EOF) univariate sono funzioni che considerano la varianza di una sola quantità, nel nostro caso temperatura o salinità separatamente.

Questo significa che le EOFs della temperatura non hanno nessuna informazione riguardante la salinità e viceversa, in quanto il metodo della decomposizione in valori singolari è stato applicato in due tempi successivi alle suddette variabili. In pratica, l'informazione offerta dalle funzioni empiriche ortogonali univariate, consiste nel misurare i principali modi di variazione temporale della sola temperatura, o della sola salinità, in funzione della profondità.

Le EOF univariate sono state usate nel passato nelle analisi delle serie temporali e il metodo è anche chiamato analisi delle componenti principali (PCA). Questo metodo ha lo scopo di trovare le direzioni lungo le quali un campione di dati tende a disporsi in maniera più probabile (Morrison, 1976).

Gli assi del nuovo sistema di riferimento rappresentano gran parte dell'informazione contenuta nei dati. I metodi delle EOF o delle PCA sono utilizzati per ridurre le dimensioni dello spazio nel quale si colloca il problema, e per trasformare coordinate dipendenti, le misure, in significative ed indipendenti, le EOF (Morrison, 1976).

Infatti, le pure osservazioni hanno una interdipendenza sia spaziale che temporale. Nel nostro caso specifico, in ogni punto del Mediterraneo i profili di temperatura e salinità diventano costanti con la profondità (omogeneizzazione delle masse d'acqua con la verticale). Il profilo contiene quindi dell'informazione ridondante poiché nello strato in cui la temperatura è costante basterebbe dare il valore costante e la profondità dello strato stesso. In un certo qual modo, le

informazioni, contenute nelle osservazioni, sono ripetitive e quindi ridondanti. Nel nostro caso specifico, analizzando le strutture verticali, possiamo ridurre un profilo ad un numero limitato di gradi di libertà associato ad un numero limitato di EOF, ognuna indipendente dall'altra, ovvero contenente informazione diversa dall'altra.

Il lavoro svolto, in questa prima parte della tesi consiste, quindi, nel calcolare EOFs univariate e la rispettiva percentuale di varianza spiegata. Si andrà poi ad analizzare e a studiare quanti di questi modi raccolgono informazioni sulla varianza dei campi di mesoscala e quanti, invece, catturano il ciclo stagionale e/o quello interannuale per quanto riguarda la temperatura e la salinità.

3.1.1 Metodologia

Nel caso della struttura delle masse d'acqua che consideri separatamente la temperatura e la salinità, solitamente, un piccolo numero di EOFs è in grado spiegare la maggior parte della varianza nel campione di dati. Ciò significa che una quantità ridotta di EOFs può essere utilizzata per rappresentare efficacemente il campo fisico preso in considerazione (profilo di temperatura o salinità). Questo fatto è di fondamentale importanza nei problemi di assimilazione dati, in quanto la riduzione di ordine porta a diminuire notevolmente la pesantezza dei calcoli e la quantità di calcoli da gestire (Morrison, 1976).

L'analisi si è compiuta come è descritto qui di seguito.

Per ogni punto griglia del modello si sono estratti profili di temperatura o salinità, che possono essere trasformati in vettori di stato \bar{x} . Ciascuno consta di m misure, corrispondenti agli m livelli verticali nei quali è divisa la colonna d'acqua (nel nostro caso al massimo 31 corrispondenti ad una profondità massima 3850 metri). Ogni vettore di stato descrive, quindi, la struttura verticale della temperatura o della salinità dell'oceano ad un determinato tempo t ed

ad un determinato punto geografico della griglia del modello. Formalmente il vettore \bar{x} sarà costituito in questo modo:

$$\bar{x}^t = [x_1, \dots, x_m] = \left[\frac{\delta T_1}{\sigma_1^t}, \dots, \frac{\delta T_m}{\sigma_m^t} \right] \quad 3-1$$

$$\bar{x}^s = [x_1, \dots, x_m] = \left[\frac{\delta S_1}{\sigma_1^s}, \dots, \frac{\delta S_m}{\sigma_m^s} \right] \quad 3-2$$

dove m è il numero di livelli verticali e $\delta T_i = (T_i - T_i^{\text{clim}})$ e $\delta S_i = (S_i - S_i^{\text{clim}})$ $i=1 \dots m$, sono le differenze o anomalie dalla climatologia ad ogni livello, normalizzate per la corrispettiva deviazione standard dalla climatologia ad ogni livello, σ_i :

$$\sigma_i^t = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (T_i - T_i^{\text{clim}})_j^2} \quad 3-3$$

$$\sigma_i^s = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (S_i - S_i^{\text{clim}})_j^2} \quad 3-4$$

n è il numero di osservazioni ad ogni livello.

La scelta di dividere le anomalie per la deviazione standard, calcolata ad ogni livello, è basata sulla consapevolezza che le varianze a differenti profondità sono molto diverse. Come si è già detto la variabilità degli strati superiori dell'oceano è molto maggiore che sul fondo, dove le condizioni sono più stazionarie. Normalizzando le anomalie per la deviazione standard, calcolata ad ogni livello, si dà lo stesso peso alla variabilità di tutta la colonna d'acqua. Poiché si vuole catturare la maggior parte della variabilità, una normalizzazione siffatta consente ai primi modi delle EOFs di prendere indifferentemente la variabilità dei livelli sia superficiali che profondi.

Come è stato già detto nel capitolo precedente le EOFs verticali sono definite come gli autovettori della matrice di covarianza del vettore di stato \bar{x} , calcolate su un campione di n misure; normalizzando il vettore di stato, essa prende il nome di matrice di correlazione.

Nel caso specifico la matrice di correlazione può essere scritta:

$$C = \frac{1}{n \cdot m} X^T X \quad 3-5$$

dove $X = \begin{pmatrix} X_{1,1} & X_{1,2} & \dots & X_{1,n} \\ X_{2,1} & X_{2,2} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{m,1} & \dots & \dots & X_{m,n} \end{pmatrix}$ ed apparirà in questo modo:

$$C = \begin{pmatrix} \frac{1}{m} & \frac{\sum_{i=1}^n X_{2,1} X_{1,i}}{m \cdot n} & \dots & \frac{\sum_{i=1}^n X_{m,1} X_{1,i}}{m \cdot n} \\ \frac{\sum_{i=1}^n X_{1,2} X_{2,i}}{m \cdot n} & \frac{1}{m} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\sum_{i=1}^n X_{1,m} X_{m,i}}{m \cdot n} & \dots & \dots & \frac{1}{m} \end{pmatrix} \quad 3-6$$

La scelta di dividere anche per m , cioè per i livelli verticali, è dettata dalla necessità di ottenere la somma degli autovalori uguale a uno. Infatti, è noto che la traccia, ossia la somma della diagonale principale, della matrice di covarianza è uguale alla sommatoria degli autovalori così:

$$\sum_{i=1}^m c_{i,i} = \sum_{i=1}^k \lambda_i \quad 3-7$$

in questo caso m è la dimensione minore fra le righe e le colonne di C e k è il rango della matrice. Se la matrice di covarianza C è singolare k è minore di m .

Una matrice si dice singolare quando i vettori che la costituiscono non sono linearmente indipendenti, ossia quando almeno un vettore è combinazione lineare degli altri. Nel caso specifico, si ottiene una matrice singolare quando per calcolare le anomalie, si sottrae, alle osservazioni, la loro media (APPENDICE B)

Per definizione la matrice di correlazione è simmetrica e definita non negativa, quindi possiede una serie di autovalori positivi: i corrispettivi autovettori sono ortogonali.

Gli autovalori sono molto importanti poiché danno un'indicazione della quantità di varianza spiegata per ogni autovettore.

Nel corso di questo studio, per scegliere quanti autovettori prendere in considerazione, si è usato il parametro Percentuale di Varianza Spiegata (PVE), definito come:

$$PVE_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{k=1}^m \lambda_k} \cdot 100 \quad 3-8$$

Poiché si prendono gli autovalori più grandi, i modi corrispondenti raccolgono la maggior parte di varianza nella colonna d'acqua (Morrison, 1976).

3.2 Le EOF univariate per temperatura e salinità

Le funzioni empiriche ortogonali sono state calcolate per diversi punti del Mediterraneo sottraendo i tre tipi di media: media del periodo di studio, media mensile, media annuale (come discusso in sezione 2.1.2). Qui si andrà ad analizzare i risultati ottenuti focalizzando l'attenzione sui punti in figura 2-2.

Come spiegato in precedenza, tutti i calcoli sono stati svolti utilizzando variabili adimensionali. Per aiutare la comprensione e l'interpretazione dei risultati si userà la forma dimensionale dei modi. Questa è ottenuta moltiplicando i modi per la deviazione standard che è il fattore di normalizzazione.

Come si vede le scale delle figure 3-1/3-15 sono diverse. Questa scelta è indotta dal fatto che le deviazioni standard, calcolate con le anomalie rispetto alle tre differenti medie, sono molto dissimili.

In particolare le anomalie rispetto alle medie annuali mostrano valori di deviazione standard molto alti. Questo condiziona le EOFs, calcolate con queste anomalie, a rappresentare massimi di variabilità molto maggiori rispetto agli altri due tipi di anomalie. Osservando le figure riferite a tutti i punti in considerazione, si nota che i massimi

delle EOFs sono situati sempre nei livelli più superficiali. Proprio la superficie possiede valori di deviazione standard molto elevati poiché risente maggiormente, rispetto ai livelli più profondi, della variabilità del ciclo stagionale. Ciò dipende dalla direzione da cui proviene l'energia trasferita all'oceano. Essa, infatti, giunge dall'alto attraverso i flussi di calore, acqua e momento e si attenua in profondità. La zona superficiale è, quindi, quella più colpita dall'intenso raffreddamento invernale e dall'altrettanto marcato riscaldamento estivo.

Questo non è completamente vero per la salinità, che, invece, cambia localmente per processi avvettivi alle diverse profondità, e quindi, presenta massimi di variabilità anche sottosuperficiali. La salinità, infatti, cambia localmente per l'avvezione di Acqua Levantina Intermedia (LIW) che, come abbiamo detto nell'introduzione si forma alla superficie solo in ristrette zone del Mare Levantino. In tutte le altre zone si trova a profondità intermedie e la sua variabilità è associata alla circolazione tramite processi diffusivi e avvettivi.

A questo punto è lecito affermare che le EOFs della temperatura, in particolare, calcolate da anomalie annuali, presentano generalmente un massimo superficiale molto marcato e quindi catturano soprattutto la variabilità del ciclo stagionale.

Il primo punto analizzato è situato a al largo della costa Algerina (come si vede in figura 2-1) e le EOFs sono presentate in fig: 3-1/3-3. La prima EOF di temperatura, per tutti e tre i tipi di medie ha un massimo di ampiezza in superficie che è attribuibile alla "Modified Atlantic Water" (MAW), entrante dallo Stretto di Gibilterra. Come mostrato in tabella 3.1, la percentuale di varianza spiegata (PVE) per questo modo oscilla fra il 56% ed il 60% in funzione del tipo di media sottratta.

Gli altri modi della temperatura, ed in particolare il secondo, che conta per 24%-27% di tutta la varianza, hanno anche massimi sottosuperficiali. I numerosi attraversamenti dello zero per i modi più alti indicano che questi contribuiscono molto poco al segnale. I

massimi sottosuperficiali delle EOF di temperatura, per i modi superiori al primo, sono approssimativamente collocati in corrispondenza dei massimi sottosuperficiali nelle EOFs di salinità

La prima EOF della salinità, per la regione Algerina, ha un minimo d'ampiezza alla superficie (eccetto che nel caso della media annuale) e un massimo e minimo relativo in sottosuperficie. Il primo massimo o minimo relativo sottosuperficiale è relativo allo strato della MAW e presenta una alta variabilità, dovuta ai diversi processi di rimescolamento verticale ai quali questa massa d'acqua è sottoposta nel bacino Algerino (Benzohua et al., 1995). Il secondo massimo o minimo più profondo è chiaramente associato alla LIW poiché risiede attorno ai 400 metri di profondità. In questa regione (bacino Algerino), infatti, la LIW raggiunge le massime profondità. La variabilità della MAW catturata dalla prima EOF di salinità è associabile anche ad una forte attività di mesoscala, con formazione di meandri, e frequente distacco di vortici sia ciclonici sia anticiclonici che influiscono notevolmente sulla distribuzione delle masse d'acqua ed il loro relativo mescolamento (Millot, 1991). Il periodo di studio coincide proprio con l'aumento dell'instabilità dovuto ad un progressivo aumento del flusso entrante da Gibilterra, che raggiunge il massimo, solitamente, nel periodo estivo. La prima EOF calcolata da anomalie sul periodo di studio cattura quindi la variabilità di mesoscala associata a queste masse d'acqua.

La PVE per il primo modo vale 47% nel caso della media sui 35 giorni, mentre è circa il 60% negli altri due casi.

PUNTO 1			
Climatologia	Media dei 35 giorni	Climatologia mensile	Climatologia annuale
EOF1	57%	56%	60%
EOF2	25%	24%	27%
EOF3	8%	13%	8%
EOF4	5%	3%	2%
<i>Totale</i>	<i>95%</i>	<i>96%</i>	<i>97%</i>

Tabella 3-1 Percentuale di Varianza Spiegata per le anomalie di temperatura riferita al punto 1 per i tre tipi di medie sottratte.

PUNTO 1			
Climatologia	Media dei 35 giorni	Climatologia mensile	Climatologia annuale
EOF1	47%	61%	62%
EOF2	30%	24%	26%
EOF3	17%	12%	9%
EOF4	3%	2%	2%
<i>Totale</i>	<i>97%</i>	<i>99%</i>	<i>99%</i>

Tabella 3-2 Percentuale di Varianza Spiegata per le anomalie di salinità riferita al punto 1 per i tre tipi di medie sottratte.

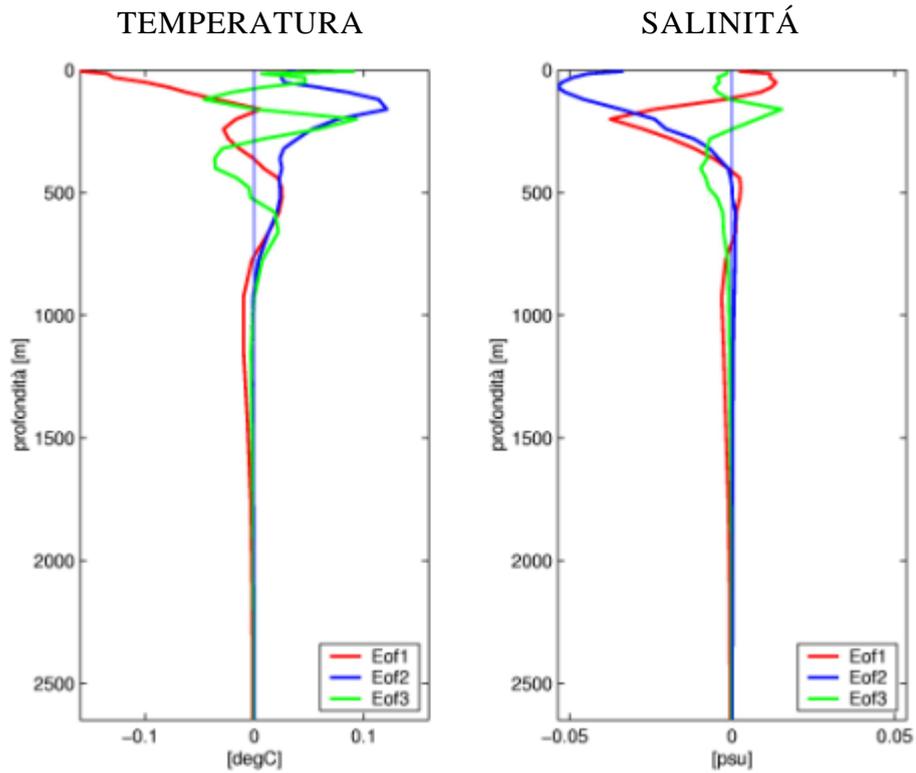


Figura 3-1 EOFs univariate calcolate nel punto1. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la media del periodo di studio.

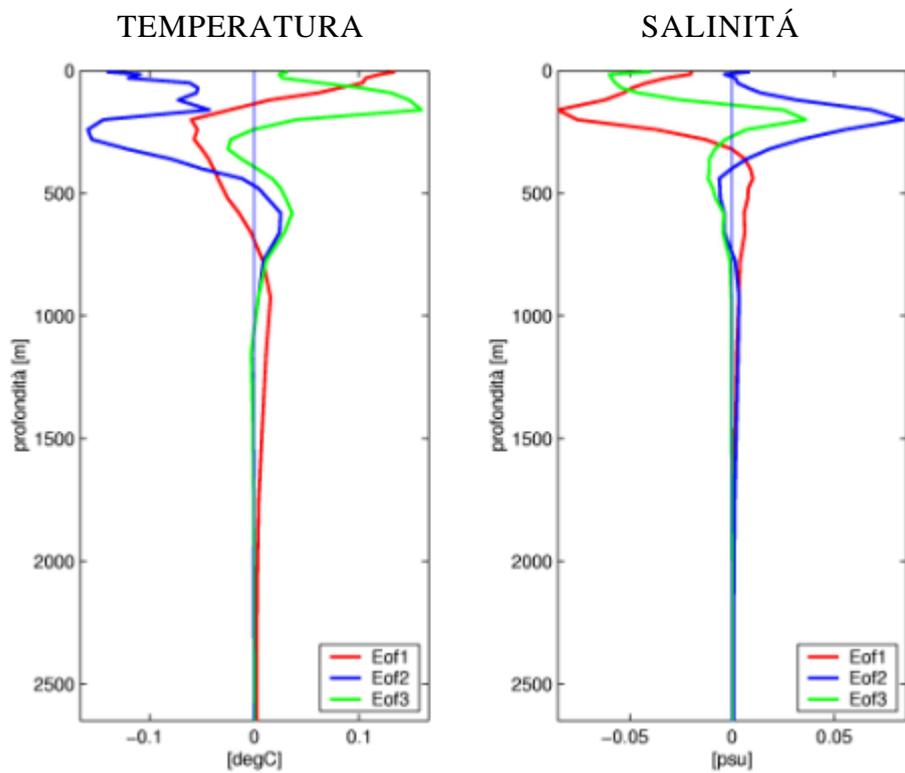


Figura 3-2 EOFs univariate calcolate nel punto1. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la climatologia mensile.

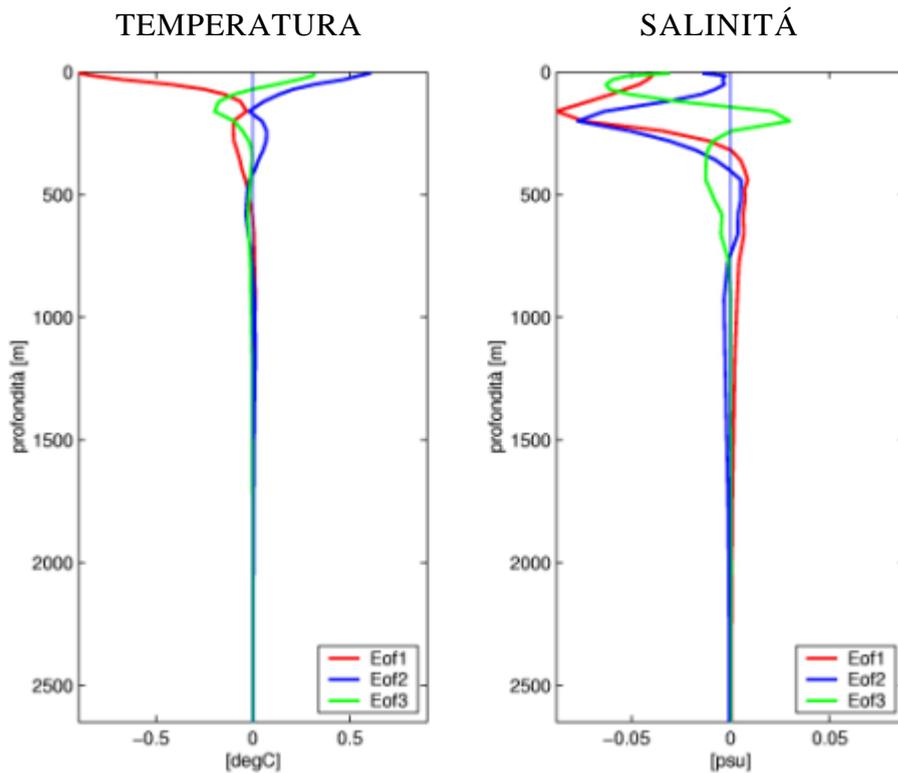


Figura 3-3 EOFs univariate calcolate nel punto1. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la climatologia annuale.

Il punto 2 raffigurato in figura 2-1 si colloca vicino al Golfo del Leone. Questa zona è interessata da un forte rimescolamento verticale, soprattutto in inverno quando, ad opera del Maestrone, si ha un forte raffreddamento dell'acqua superficiale e conseguente sprofondamento. Come è stato già detto nel capitolo uno, questo fenomeno è chiamato formazione di acque profonde. Ci si aspetta, quindi, che un numero minore di EOFs sia capace di catturare la variabilità dei profili verticali di questa regione. Nonostante l'osservazione abbia riguardato il periodo primaverile, e non quello invernale, i primi due modi spiegano più del 90% dell'intera varianza e sembrano rappresentare il segnale del profondo stato rimescolato prodotto dai processi convettivi. Infatti possiamo notare che la prima e seconda EOFs, nel caso delle anomalie dalla media annuale e mensile, hanno una struttura praticamente costante sotto i 200 metri.

Le EOF della salinità, al contrario della temperatura, hanno una struttura complessa nei primi 400 metri con minimi e massimi sottosuperficiali corrispondenti alle diverse masse d'acqua, la MAW e la LIW. Tutte le prime EOFs calcolate dalle differenti anomalie, presentano un cambiamento di segno dell'ampiezza tra 100 e 200 metri che può essere correlato alla zona di transizione fra la Modified Atlantic Water a bassa salinità e la Levantine Intermediate Water più calda e salata.

Le funzioni empiriche ortogonali, riguardanti la salinità, hanno tutte un andamento molto simile, quindi sembra che tutte contribuiscano a spiegare la variabilità dello stesso fenomeno fisico, cioè l'avvezione della LIW nella regione e il rimescolamento della MAW durante il suo percorso nel bacino.

Esaminando la tabella 3-3 e 3-4 notiamo ancora una volta che un numero minore di modi, rispetto al bacino Algerino (tabella 3-1 e 3-2), spiegano la stessa percentuale di varianza. Si nota, infatti, che il quarto modo contribuisce pochissimo alla percentuale di varianza spiegata che, con soli tre modi, raggiunge circa 98%.

PUNTO 2			
Climatologia	Media dei 35 giorni	Climatologia mensile	Climatologia annuale
EOF1	54%	63%	82%
EOF2	36%	28%	15%
EOF3	6%	6%	1%
EOF4	2%	2%	1%
<i>Totale</i>	<i>98%</i>	<i>99%</i>	<i>99%</i>

Tabella 3-3 Percentuale di Varianza Spiegata per le anomalie di temperatura riferita al punto 2 per i tre tipi di medie sottratte.

PUNTO 2			
Climatologia	Media dei 35 giorni	Climatologia mensile	Climatologia annuale
EOF1	57%	70%	70%
EOF2	33%	23%	24%
EOF3	6%	4%	4%
EOF4	3%	1%	1%
<i>Totale</i>	<i>99%</i>	<i>98%</i>	<i>99%</i>

Tabella 3-4 Percentuale di Varianza Spiegata per le anomalie di salinità riferita al punto 2 per i tre tipi di medie sottratte.

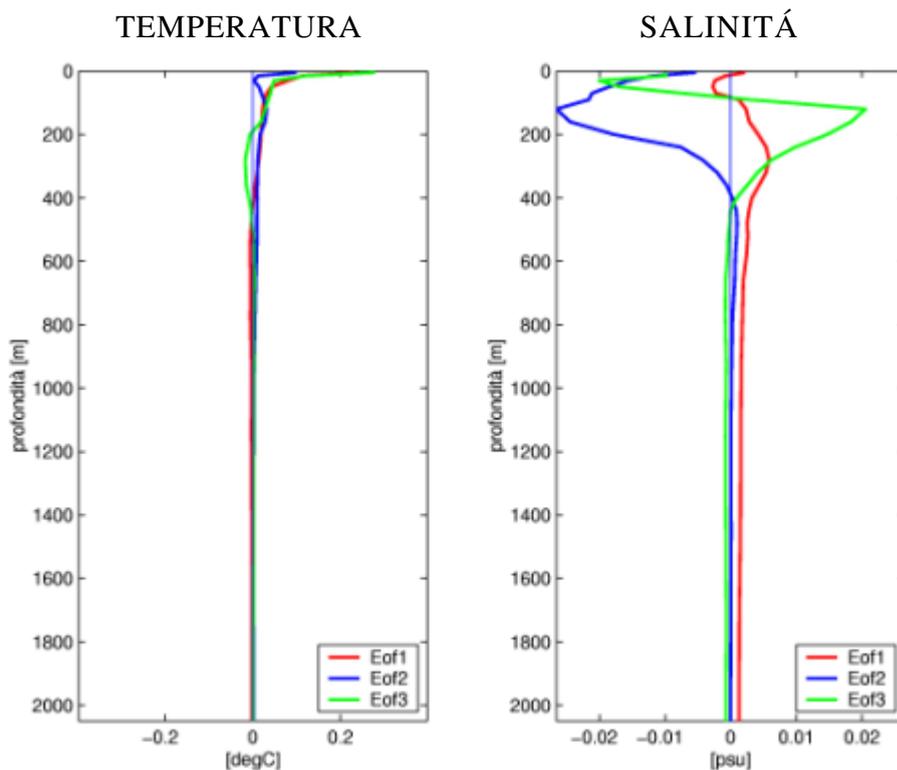


Figura 3-4 EOFs univariate calcolate nel punto2. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la media del periodo di studio.

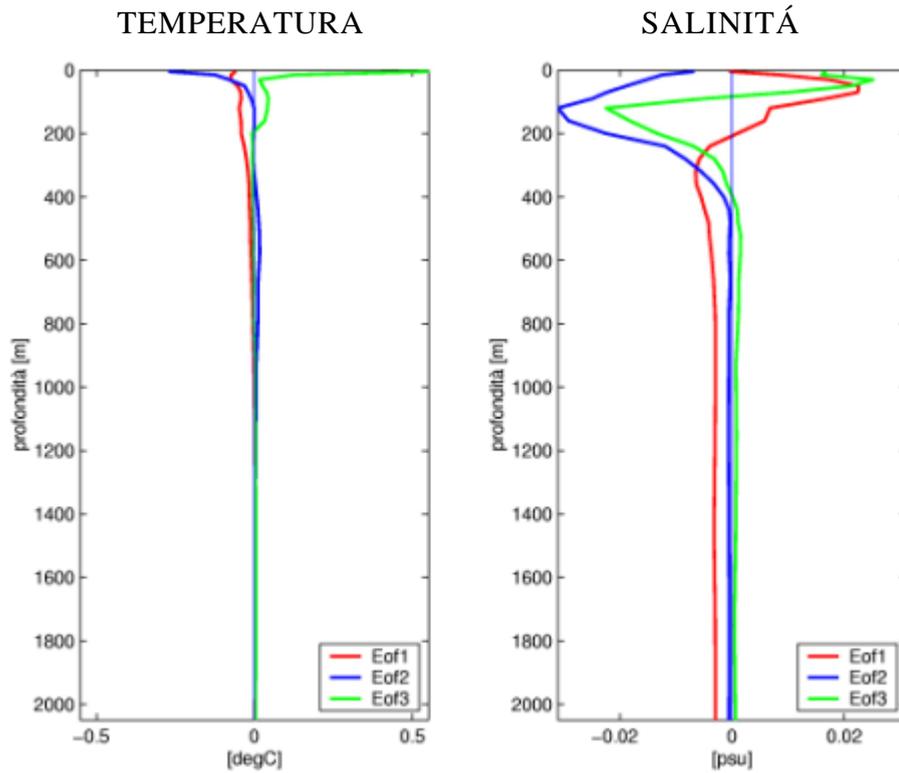


Figura 3-5 EOFs univariate calcolate nel punto2. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la climatologia mensile.

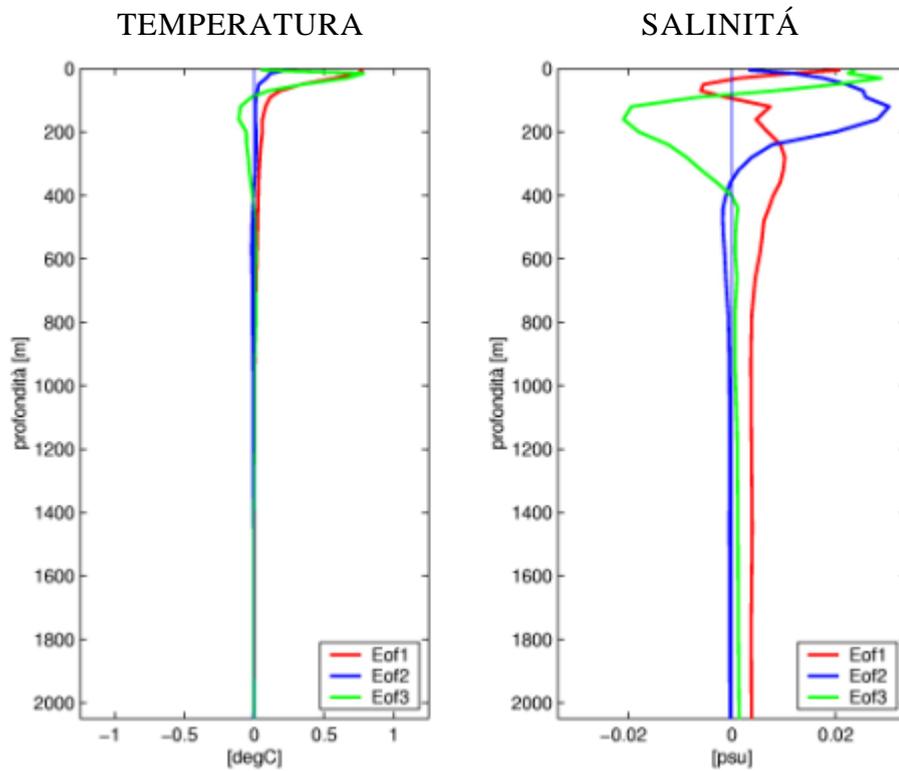


Figura 3-6 EOFs univariate calcolate nel punto2. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la climatologia annuale.

Il punto 3, l'ultimo per il bacino occidentale, si colloca a 40°N e 12E (fig: 2.1). Dando uno sguardo alle tabelle 3-5 e 3-6, si nota che sia per la salinità sia per la temperatura i modi più alti hanno una PVE abbastanza elevata rispetto alle PVE delle EOFs delle regioni discusse in precedenza e quindi una importanza relativa maggiore.

Una spiegazione dell'esistenza di PVE così alte anche per il terzo e quarto modo può essere che questa regione ha una struttura delle masse d'acqua particolarmente complessa. Infatti, essa, è sotto l'influenza di numerosi fenomeni fisici, fra i quali la presenza di numerose masse d'acqua provenienti da regioni remote. In superficie si trova la MAW, proveniente dallo stretto di Gibilterra, lo strato intermedio è caratterizzato dalla LIW, giunta dal bacino orientale e più in profondità è presente la WMDW (Western Mediterranean Deep Water) che fluisce attraverso il Canale di Sardegna.

Indipendentemente dalla climatologia sottratta, le EOFs di temperatura mostrano un massimo in superficie. Tuttavia, come ci si aspetterebbe, questo è molto più pronunciato nel caso della sottrazione di una climatologia annuale, e diminuisce progressivamente passando dalla sottrazione della climatologia mensile alla media dei 35 giorni di studio. Questo significa che, procedendo dalla media annuale a quella dei 35 giorni, la variabilità dello strato superficiale, altissima perché è a diretto contatto con il forzante atmosferico, perde valore a favore della variabilità del termoclino.

Nel caso della sottrazione di una climatologia mensile questo è ben visibile nella prima EOF della temperatura, con un massimo sottosuperficiale di circa 0.2°C per la temperatura e circa 0.05 psu per la salinità.

Nel caso della media dei dati su cui è fatta l'analisi questo massimo sottosuperficiale della prima EOF è meno marcato. Probabilmente ciò è legato ad un aspetto della variabilità interannuale catturata dalle anomalie rispetto alla media mensile. Non tutti gli anni, infatti, si ripresentano le stesse condizioni, ad esempio di temperatura, nello stesso periodo dell'anno. I cicli stagionali di anno in anno

variano, ad esempio le temperature dell'acqua tipiche del mese di aprile un anno si possono trovare in marzo, se il ciclo è in anticipo, l'anno successivo in maggio, se in ritardo. Si può quindi affermare che, la climatologia mensile ha già, in parte, l'informazione di quanto varierà il termoclino nell'arco della stagione.

Le EOFs calcolate attraverso la sottrazione della media del periodo di studio, al contrario, possiedono solo l'informazione di quel che sta avvenendo in quella fase, ossia la formazione del termoclino superficiale con la conseguente evidenziazione del termoclino permanente (fig:2-4).

Intorno ai 700 metri di profondità si ha un cambiamento di segno sia per le EOFs di temperatura che di salinità; questo identifica la separazione fra due masse d'acqua: la LIW e la Tyrrhenean Deep Water-TDW. Più in profondità si trova ancora un aumento della variabilità, che almeno in parte, può essere attribuito alla variabilità della TDW (Astrali, et al.,1994). Attorno ai 1000 metri si trova ancora un aumento della variabilità che, almeno in parte, può essere attribuito alla variabilità della TDW e all'intrusione di lingue di acqua salata.

PUNTO 3			
Climatologia	Media dei 35 giorni	Climatologia mensile	Climatologia annuale
EOF1	60%	69%	86%
EOF2	20%	14%	9%
EOF3	11%	11%	3%
EOF4	4%	4%	1%
<i>Totale</i>	<i>95%</i>	<i>98%</i>	<i>99%</i>

Tabella 3-5 Percentuale di Varianza Spiegata per le anomalie di temperatura riferita al punto 3 per i tre tipi di medie sottratte.

PUNTO 3			
Climatologia	Media dei 35 giorni	Climatologia mensile	Climatologia annuale
EOF1	47%	68%	59%
EOF2	22%	17%	22%
EOF3	15%	7%	8%
EOF4	8%	5%	7%
<i>Totale</i>	<i>92%</i>	<i>97%</i>	<i>96%</i>

Tabella 3-6 Percentuale di Varianza Spiegata per le anomalie di salinità riferita al punto 3 per i tre tipi di medie sottratte.

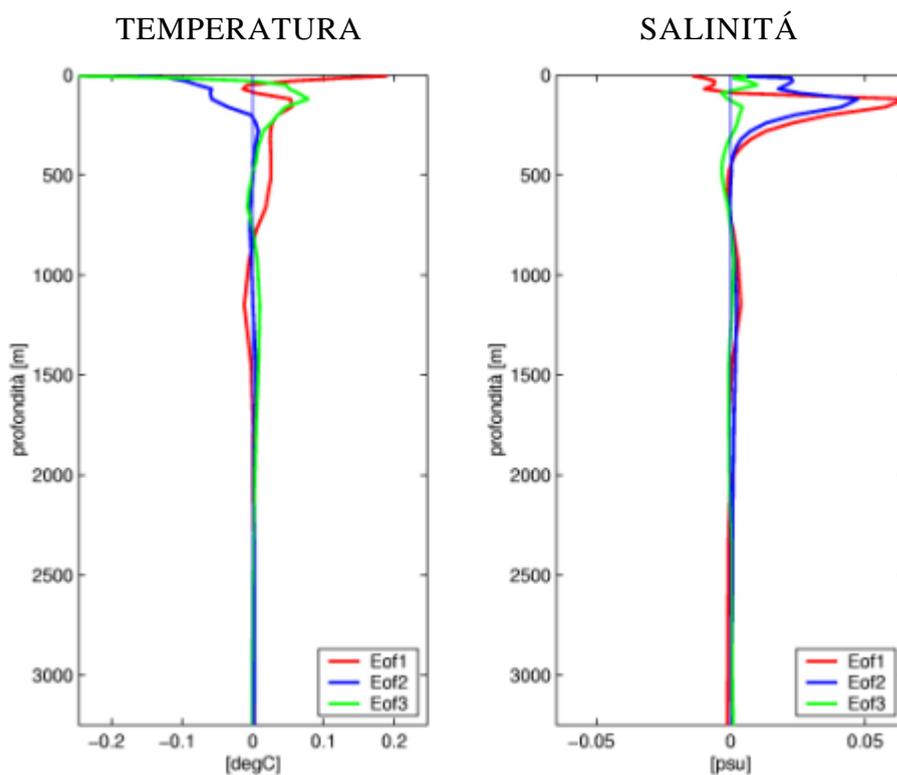


Figura 3-7 EOFs univariate calcolate nel punto3. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con media del periodo di studio.

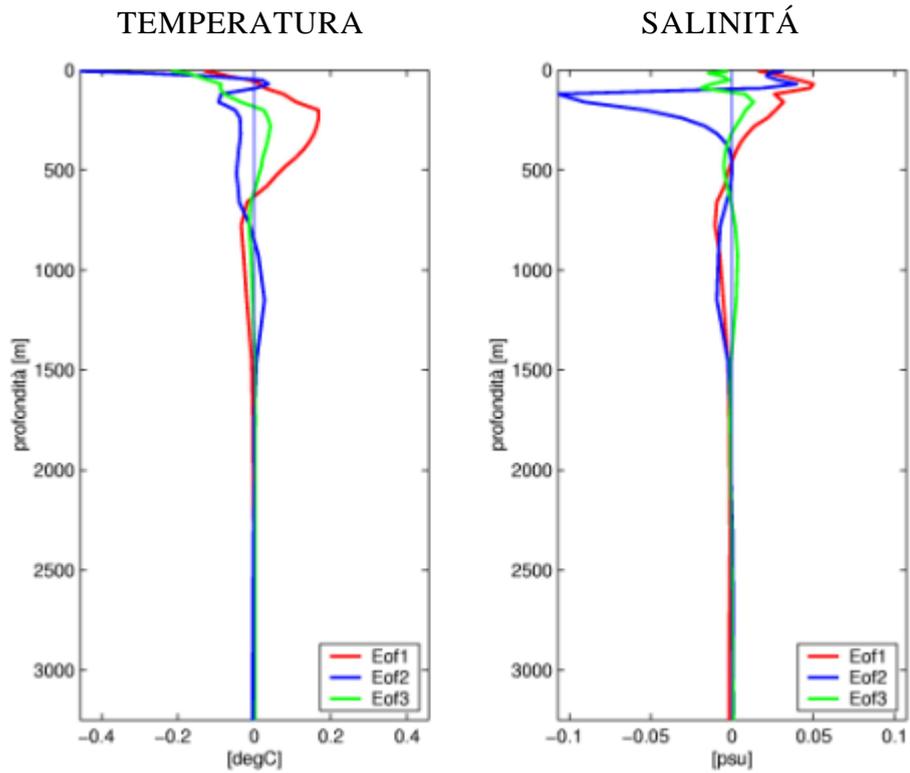


Figura 3-8 EOFs univariate calcolate nel punto3. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con climatologia mensile.

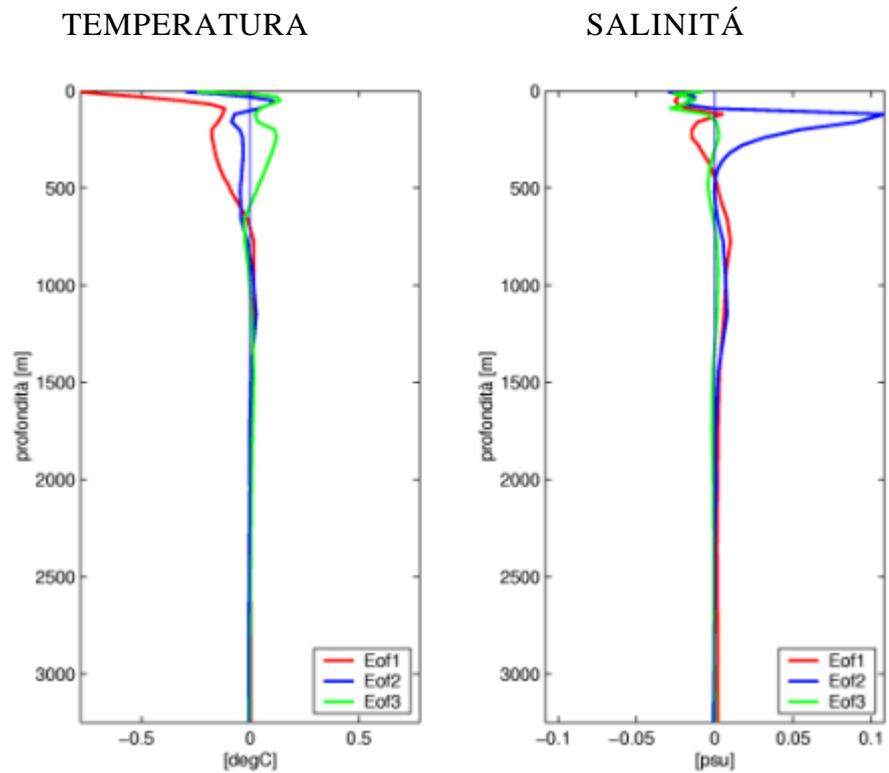


Figura 3-9 EOFs univariate calcolate nel punto3. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con climatologia annuale.

Il quarto punto si trova nello Ionio Meridionale (fig2-2) ed è il primo punto esaminato nel bacino Orientale. Le EOF sono mostrate in Fig. 3-10/3-12. Notiamo subito il cambiamento strutturale delle EOFs di salinità rispetto a quelle del bacino occidentale. L'ampiezza delle EOFs si estende, ora, per tutta la colonna d'acqua indicando un'alta variabilità delle masse d'acqua sotto il termoclino permanente, ovvero tra 500 metri e il fondo. Questo punto presenta massima variabilità, per la salinità, in corrispondenza del termoclino (circa -0.05 psu) per le climatologie mensili e annuali. Invece, nel caso delle anomalie sul periodo di studio, il massimo per il primo modo è collocato circa alla stessa profondità ma non raggiunge i 0.02 psu. Inoltre, esso presenta un cambiamento di segno intorno ai 1000 metri, molto simile a quello relativo al secondo modo per le anomalie della climatologia mensile ed annuale.

La prima EOF di temperatura è molto differente per le diverse anomalie. Nel caso delle anomalie annuali, l'ampiezza massima della prima EOF è alla superficie mentre, per il caso mensile, è a 250 metri di profondità e per le anomalie su 35 giorni è di nuovo alla superficie. Questo potrebbe significare che la variabilità stagionale e di mesoscala hanno la stessa struttura verticale nella temperatura mentre la variabilità interannuale è sostanzialmente differente.

E' noto che il bacino Orientale, ed in particolare lo Ionio, risulta influenzato dalla variabilità interannuale ad un grado uguale se non superiore a quello della variabilità stagionale (Korres et al., 2000). Questo non è vero per il bacino occidentale dove la variabilità stagionale è dominante. Nel caso delle anomalie mensili, ovvero le anomalie dal ciclo stagionale, questa variabilità nel bacino orientale risulta dominare il segnale delle EOFs provenienti dalle anomalie di temperatura che, quindi, sono molto diverse dalle EOFs calcolate con le altre medie sottratte.

Generalmente, in questa zona, soprattutto nel periodo estivo, è presente anche un vortice anticiclonico chiamato giro della Sirte. Parte dei profili delle EOFs possono essere influenzati da questa

struttura che è profonda e complessa. Notiamo infatti come in fig: 3-10, 3-12 la prima EOF della temperatura abbia diversi cambiamenti di segno.

La PVE spiegata dal primo modo, sia per la temperatura che la salinità, è maggiore che nel bacino occidentale per il caso delle anomalie annuali e mensili. Questo significa che la variabilità stagionale ed interannuale in questo bacino può essere catturata da un numero abbastanza piccolo di modi. Bisogna però notare dalle tabelle 3-7 e 3-8 che questo non è vero per le anomalie rispetto alla media di 35 giorni.

PUNTO 4			
Climatologia	Media dei 35 giorni	Climatologia mensile	Climatologia annuale
EOF1	69%	80%	91%
EOF2	16%	15%	6%
EOF3	10%	3%	1%
EOF4	3%	1%	1%
<i>Totale</i>	<i>98%</i>	<i>99%</i>	<i>99%</i>

Tabella 3-7 Percentuale di Varianza Spiegata riferita per le anomalie di temperatura al punto 4 per i tre tipi di medie sottratte.

PUNTO 4			
Climatologia	Media dei 35 giorni	Climatologia mensile	Climatologia annuale
EOF1	38%	79%	79%
EOF2	31%	11%	11%
EOF3	17%	6%	7%
EOF4	7%	2%	1%
<i>Totale</i>	<i>93%</i>	<i>98%</i>	<i>98%</i>

Tabella 3-8 Percentuale di Varianza Spiegata per le anomalie di salinità riferita al punto 4 per i tre tipi di medie sottratte.

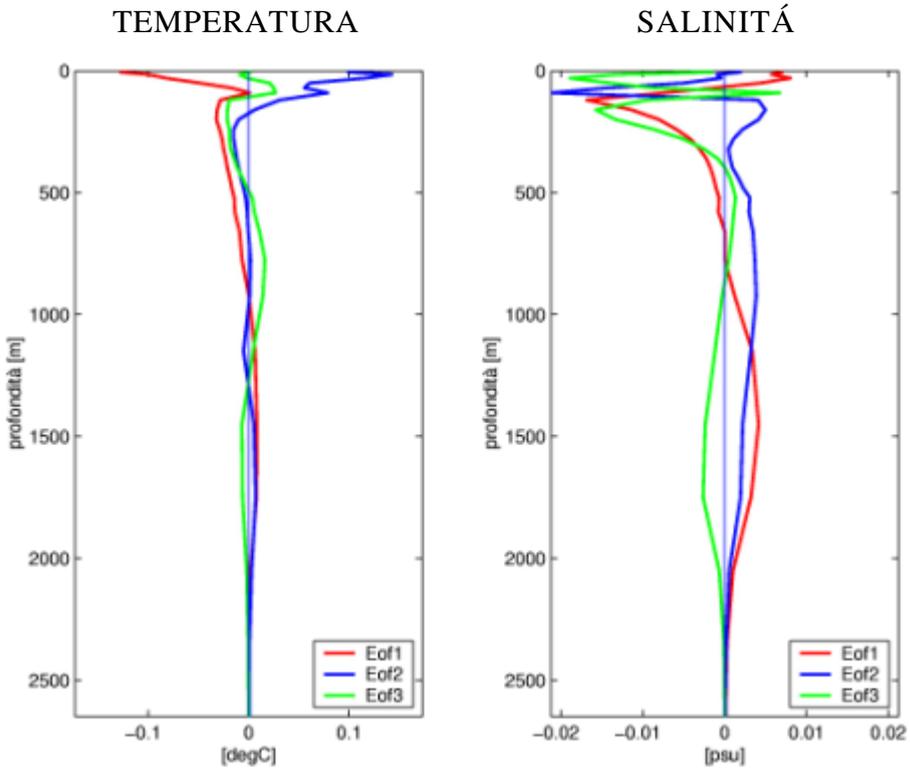


Figura 3-10 EOFs univariate calcolate nel punto4. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con media del periodo di studio.

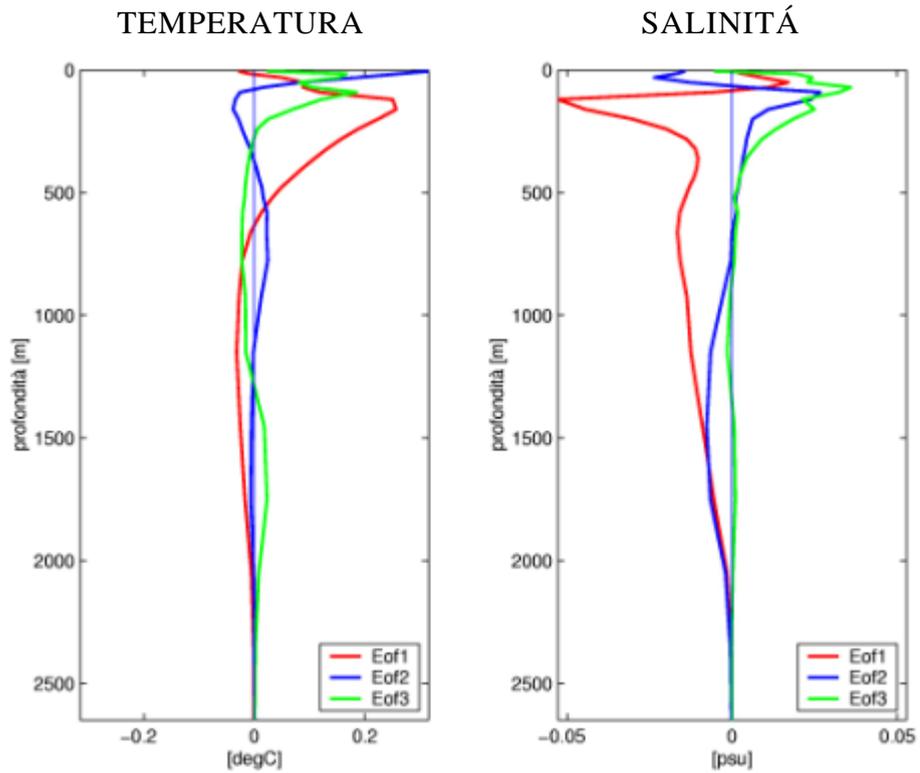


Figura 3-11 EOFs univariate per temperatura e salinitá calcolate nel punto4. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con climatologia mensile.

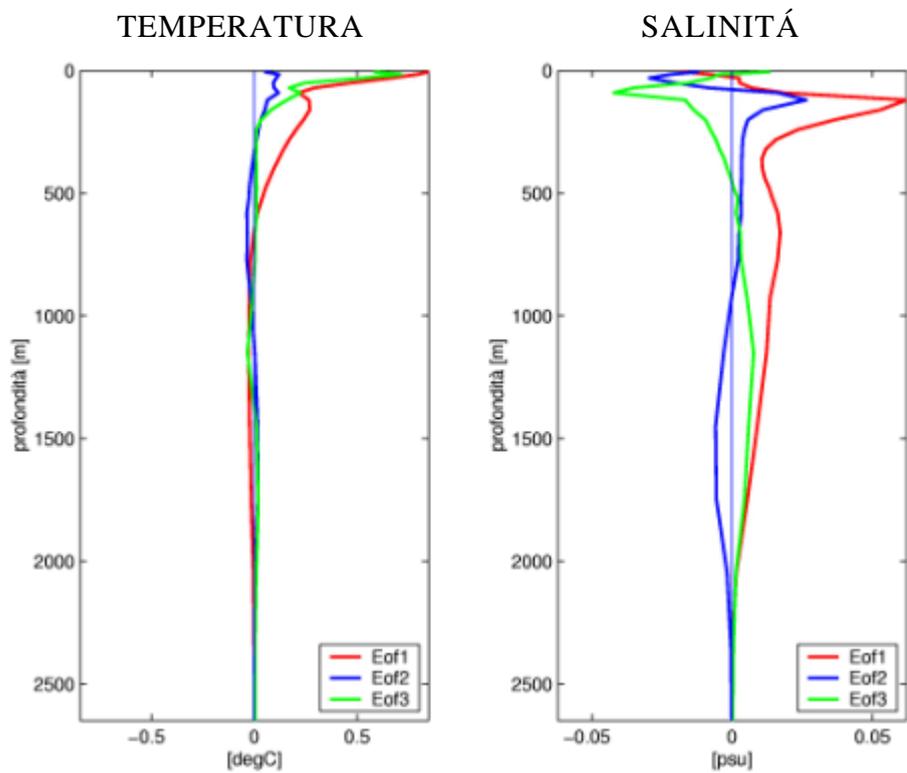


Figura 3-12 EOFs univariate calcolate nel punto4. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con climatologia annuale.

L'ultimo punto preso in considerazione è situato al centro del bacino Levantino come mostrato in figura 2-1. Le EOF sono presentate in fig: 3-13/3-15. Come per il punto nel Tirreno, i modi più alti spiegano una percentuale importante della varianza. Questa tendenza potrebbe essere un'indicazione della necessità di dover utilizzare più EOFs per descrivere la variabilità del bacino Levantino.

Ad un primo sguardo le EOFs sia per la temperatura che per la salinità mostrano, come lo Ionio, degli elevati gradienti di variazione, fino a 200 metri e oltre.

La prima EOF della temperatura, calcolata con la climatologia mensile ed annuale, mostra un massimo in superficie che potrebbe essere sintomo dell'alta variabilità interannuale dovuta soprattutto ad anomalie del vento e del forzante termaleino.

Guardando le tabelle 3-9 e 3-10 si nota che la PVE spiegata dai modi alti, in particolare per la salinità, è considerevole e quindi in questo sottobacino sarà necessario considerare più modi per spiegare la varianza rispetto ad alcuni altri casi considerati in precedenza (ad esempio il punto del Golfo del Leone).

PUNTO 5			
Climatologia	Media dei 35 giorni	Climatologia mensile	Climatologia annuale
EOF1	49%	63%	74%
EOF2	27%	24%	14%
EOF3	12%	7%	8%
EOF4	8%	3%	2%
<i>Totale</i>	<i>96%</i>	<i>97%</i>	<i>98%</i>

Tabella 3-9 Percentuale di Varianza Spiegata per le anomalie di temperatura riferita al punto 5 per i tre tipi di medie sottratte.

PUNTO 5			
Climatologia	Media dei 35 giorni	Climatologia mensile	Climatologia annuale
EOF1	51%	48%	49%
EOF2	19%	22%	23%
EOF3	14%	13%	13%
EOF4	13%	11%	10%
<i>Totale</i>	<i>97%</i>	<i>94%</i>	<i>95%</i>

Tabella 3-10 Percentuale di Varianza Spiegata per le anomalie di salinità riferita al punto 5 per i tre tipi di medie sottratte.

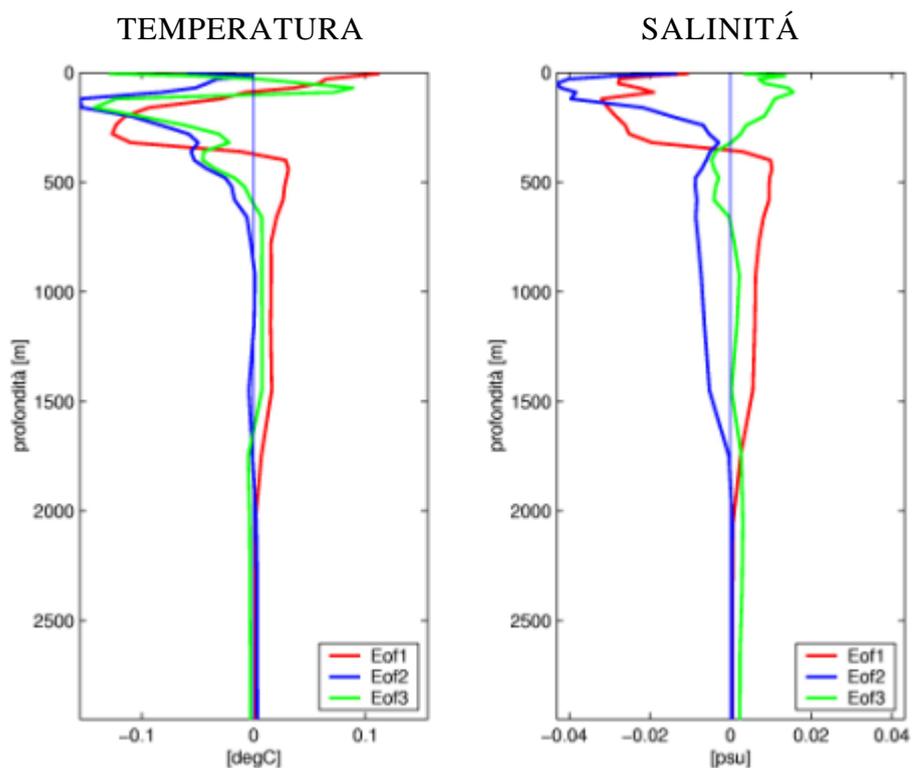


Figura 3-13 EOFs univariate calcolate nel punto5. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con media del periodo di studio.

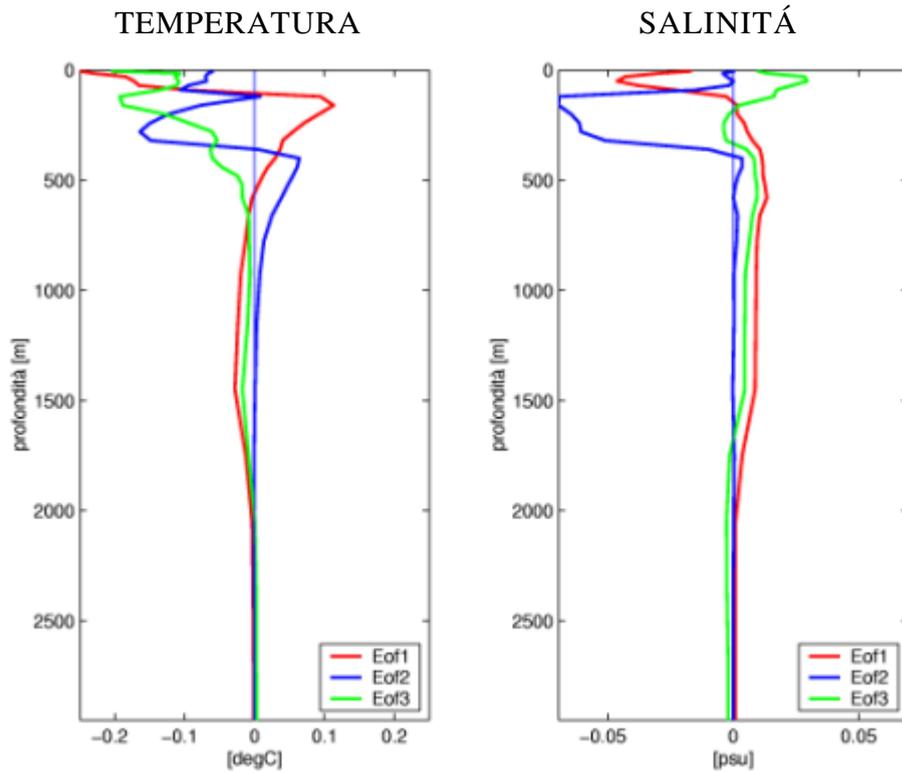


Figura 3-14 EOFs univariate calcolate nel punto5. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con climatologia mensile.

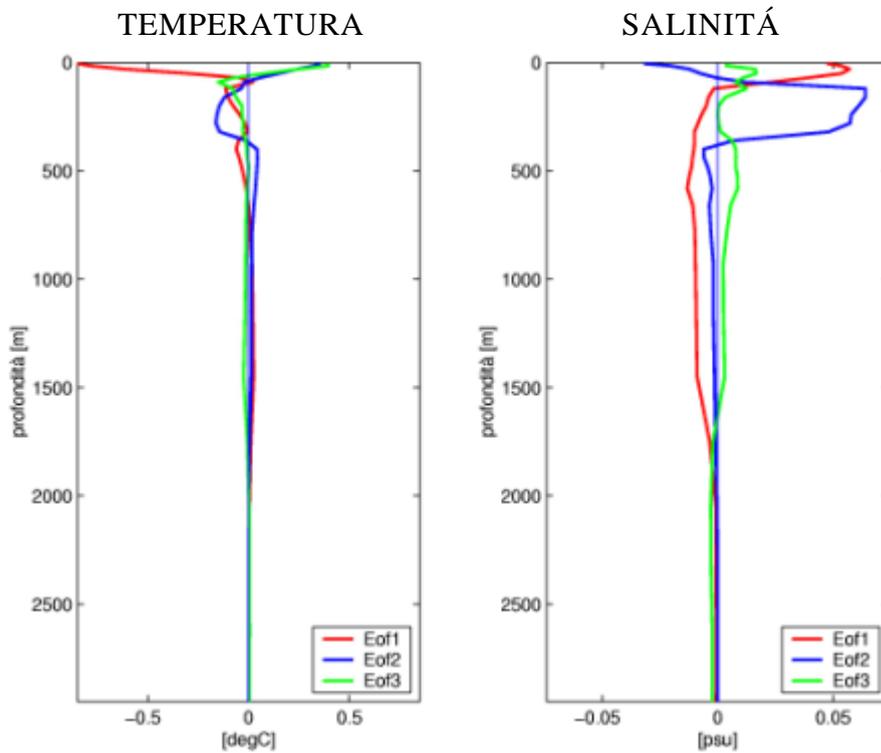


Figura 3-15 EOFs univariate calcolate nel punto5. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con climatologia annuale.

CAPITOLO 4

4.1 Le Funzioni Empiriche Ortogonali multivariate

In questo capitolo si studieranno le funzioni empiriche ortogonali bivariate, che isolano i modi principali della varianza combinata dei profili di temperatura e salinità. Inoltre si è tentato di calcolare, per la prima volta, EOFs trivariate in cui, oltre a temperatura e salinità, si prende in considerazione l'anomalia del livello del mare (Sea Level Anomaly-SLA).

Le EOFs trivariate si basano sull'ipotesi che esista una relazione fra la densità della colonna d'acqua e l'altezza della superficie libera. La densità è calcolata attraverso l'equazione internazionale dell'UNESCO, e dipende da temperatura, salinità e profondità. L'anomalia del livello del mare è direttamente collegata alla profondità del termocline o anche al contenuto integrale di calore della colonna d'acqua. Infatti, la presenza di un'anomalia di superficie libera positiva indica una colonna d'acqua poco densa, ciò comporta la depressione delle isopicne, e quindi un termocline profondo; per un'anomalia negativa è valido il contrario. Da ciò si può dedurre che la SLA offre informazioni sulla struttura barocline della colonna d'acqua, ossia sulla stratificazione della stessa.

4.2 Funzioni Empiriche Ortogonali bivariate

I dati utilizzati per il calcolo delle EOFs bivariate sono gli stessi utilizzati per il calcolo delle univariate, ovvero provengono dall'analisi dei risultati del modello numerico in modalità assimilativa (vedi paragrafo 1.2.3 e paragrafo 3.1). Come si vedrà nel prossimo sottoparagrafo la metodologia di elaborazione dei dati per il caso multivariato risulta differente dal problema univariato. Questo deriva

dal fatto che la normalizzazione della matrice dei dati deve ora considerare congiuntamente la deviazione standard delle diverse quantità considerate. Allo scopo della tesi, le EOF multivariate risulteranno forse più adatte rispetto alle EOFs univariate in quanto le masse d'acqua sono definite dalla variabilità combinata di temperatura e salinità. Infatti ciò che si vorrebbe ottenere sono EOFs che spiegano la variabilità di tutta la colonna d'acqua con particolare attenzione al termoclino superficiale (stagionale) e permanente (interannuale). Questi sono strati verticali in cui temperatura e salinità contribuiscono ad un repentino cambiamento di densità.

In realtà ciò che si sta cercando è il miglior set di EOFs, inteso come numero minimo di EOFs che estragga la variabilità associata al termoclino superficiale e permanente. Queste sono zone particolarmente complicate da studiare per i continui mescolamenti delle caratteristiche aline e termiche associate alle diverse masse d'acqua.

Anche in questo caso si è usato il parametro Percentuale di Varianza Spiegata-PVE per scegliere il numero di EOFs da prendere in considerazione.

4.2.1 Metodologia

Anche per il calcolo delle EOFs si sono estratti i dati di temperatura e salinità per ogni punto di griglia del modello e si sono calcolate le anomalie con i tre tipi di medie: annuale, mensile e periodo di studio, pari a 35 giorni. Successivamente si sono normalizzati i dati attraverso le deviazioni standard calcolate ad ogni livello. In questo caso la normalizzazione è necessaria anche perché si utilizzano variabili differenti che, naturalmente, hanno unità di misura diverse. Normalizzando si ottengono numeri adimensionali che, quindi, possono essere accostati.

L'utilizzo di deviazioni standard differenti per ogni livello è stata già giustificata nel capitolo precedente.

Con le anomalie normalizzate si è realizzato un vettore di stato costituito in questo modo:

$$X = \begin{bmatrix} T \\ S \end{bmatrix} \quad 4-1$$

dove T, S sono matrici $m \times n$ del tipo:

$$T = \begin{bmatrix} t_{1,1} & \dots & t_{1,n} \\ \dots & \dots & \dots \\ t_{m,1} & \dots & t_{m,n} \end{bmatrix} \quad 4-2$$

$$S = \begin{bmatrix} s_{1,1} & \dots & s_{1,n} \\ \dots & \dots & \dots \\ s_{m,1} & \dots & s_{m,n} \end{bmatrix} \quad 4-3$$

in cui sulle righe c'è la serie temporale, sulle colonne le anomalie normalizzate per i diversi livelli della colonna d'acqua. La matrice X ha dimensioni $2m \times n$.

A questo punto si sono calcolate le EOFs di $X^T X$ utilizzando la decomposizione in valori singolari, SVD (Appendice A). Concettualmente, come abbiamo già visto, sarebbe la stessa cosa calcolare la matrice di correlazione e calcolarne autovalori e autovettori. In particolare la matrice di correlazione, di dimensioni $2m \times 2m$, sarebbe costituita nel seguente modo:

$$C = X^T X = \begin{bmatrix} T & S \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T \\ S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \cdot T & S \cdot T \\ T \cdot S & S \cdot S \end{bmatrix} \quad 4-4$$

Essa può idealmente essere suddivisa in quattro quadranti: il primo porta l'informazione della variabilità temporale della temperatura, il secondo e terzo è indice della variabilità combinata di temperatura e salinità, mentre il quarto quadrante mostra la variabilità temporale della sola salinità.

Ora, ogni singola EOF sarà costituita da un vettore di dimensioni $2m$. Si è preso la prima metà del vettore come EOF della temperatura e la seconda metà come EOF della salinità. La giustificazione di

questo la si può ricavare se si considera la decomposizione in valori singolari infatti: per una generica matrice A posso scrivere:

$$A = U\Sigma V^T \quad 4-5$$

quindi per la matrice X si ha che:

$$X = \begin{matrix} T \\ S \end{matrix} = \begin{pmatrix} U_t \\ U_s \end{pmatrix} (\Sigma) \begin{pmatrix} V_t^T & V_s^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_t \Sigma V_t^T & U_t \Sigma V_s^T \\ U_s \Sigma V_t^T & U_s \Sigma V_s^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_t \Sigma \begin{pmatrix} V_t^T & V_s^T \end{pmatrix} \\ U_s \Sigma \begin{pmatrix} V_t^T & V_s^T \end{pmatrix} \end{pmatrix} \begin{matrix} \rightarrow T \\ \rightarrow S \end{matrix} \quad 4-6$$

In questo modo però si distrugge l'ortogonalità delle EOFs in quanto non è detto che se il vettore di lunghezza 2m è ortogonale lo sia anche il vettore m-dimensionale, anzi solitamente non è così. Tuttavia la fisica che lega la temperatura e la salinità fa sì che queste siano normalmente anticorrelate. Questo concetto è strettamente legato alla densità delle diverse masse d'acqua. Infatti, come è già stato detto, le masse d'acqua galleggiano una sull'altra per differenze di densità, e la densità stessa è funzione della temperatura e della salinità. In particolare essa aumenta se aumenta la salinità o diminuisce la temperatura. Si può, quindi, ragionevolmente affermare che i vettori delle due EOFs, uno associabile alla temperatura, l'altro alla salinità, abbiano direzioni differenti. Quindi la perdita di ortogonalità non deve preoccupare eccessivamente.

Spesso quando si fanno studi sulla variabilità di campi di differenti parametri si costruisce una matrice di questo tipo:

$$B = TS^T \quad 4-7$$

La matrice costruita in questo modo porta con sé l'informazione della variabilità combinata dei due campi, ma non ha nessuna informazione di come varia la serie temporale della sola temperatura o della sola salinità. Usando questo metodo si avrebbe una perdita d'informazione riguardo alla variabilità dei campi stessi, ma si avrebbe la certezza che le EOFs siano ortogonali perché la matrice B assumerebbe le dimensioni mXm e non 2mX2m. Tuttavia per ciò che è stato detto prima, lo svantaggio subito dalla perdita d'informazione sarebbe superiore al vantaggio offerto dall'ortogonalità.

4.2.2 Analisi dei risultati

In questa sezione si spiegheranno i risultati ottenuti realizzando le metodologie descritte nel paragrafo precedente.

Come nel caso delle EOFs univariate, anche per le bivariate, si riporteranno i risultati in forma grafica con variabili dimensionali per facilitarne l'interpretazione e la comprensione.

Le EOFs bivariate sono state calcolate per le anomalie di temperatura e salinità in ogni punto griglia del modello numerico. I risultati saranno graficati nel modo seguente:

- Mappe di EOFs per tutto il bacino del Mediterraneo.
- Profili verticali di EOFs, come nel caso delle univariate.

Le mappe sono state realizzate per tutti e tre i tipi di medie sottratte ai dati: media annuale, mensile e media dei dati riferiti al periodo di studio.

Come si vede nelle figure 4-1, 4-2, 4-3, i risultati sono stati resi non negativi, applicando il valore assoluto ad ogni EOFs. Ciò è permesso in quanto le EOF sono definite a meno di un fattore moltiplicativo costante. Infatti, consideriamo l'equazione di partenza dalla quale si ricavano le EOFs:

$$C\bar{e} = \lambda\bar{e} \quad 4-8$$

dove C è la matrice di correlazione, λ è l'autovalore ed \bar{e} è l'autovettore o EOFs. Esaminando questa equazione si nota che l'uguaglianza fra il membro di sinistra e di destra vige indipendentemente dal segno del vettore, da qui la decisione di applicare il valore assoluto. Il vettore delle autofunzioni può essere moltiplicato per uno scalare e l'equazione 4-8 non cambia. Inoltre, nelle mappe si è deciso di mostrare il valore delle EOFs solo per punti la cui profondità è superiore di 200 metri poiché la variabilità nelle zone poco profonde è elevatissima e potrebbe falsare i risultati.

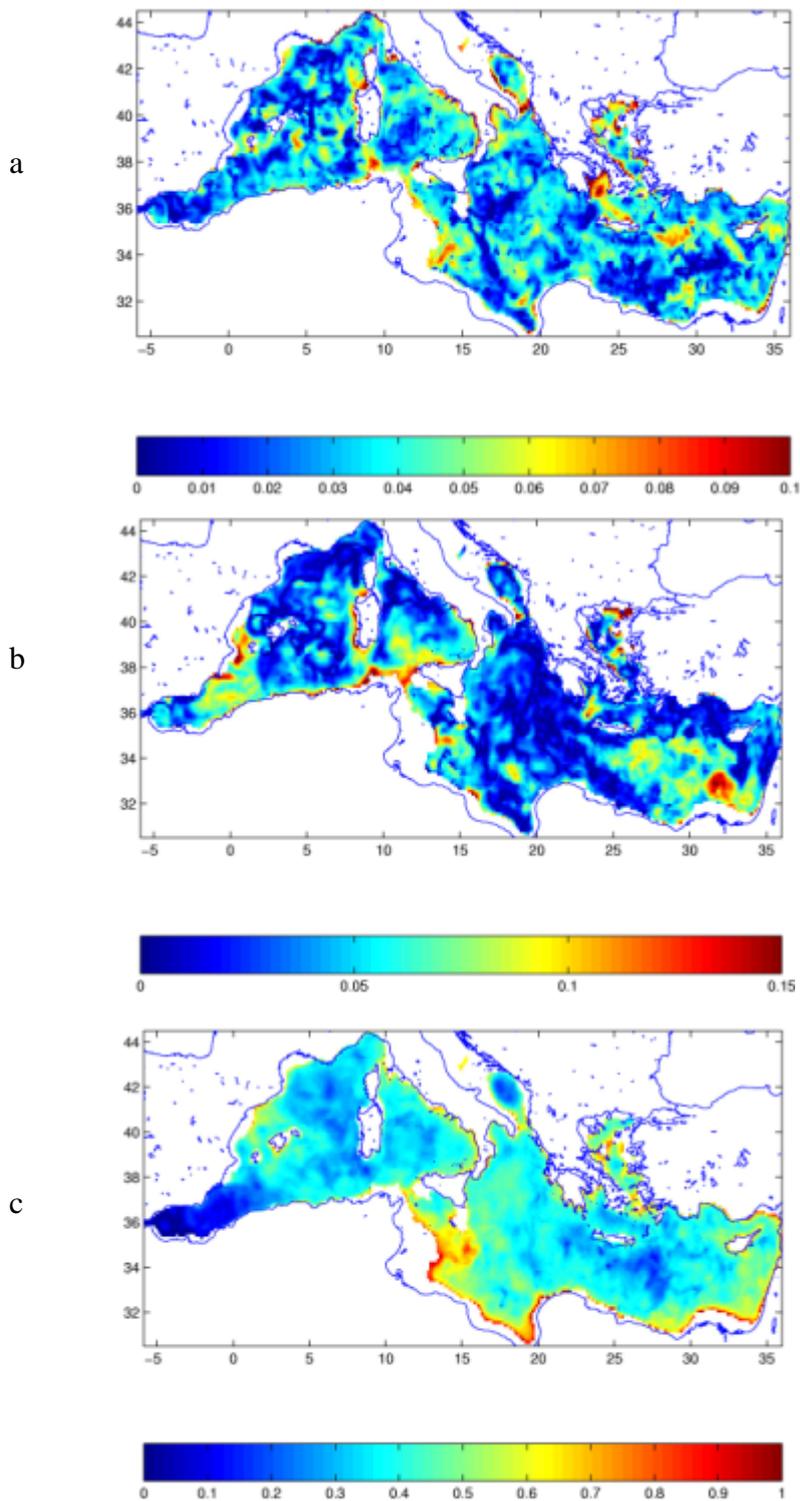


Figura 4-1 Mappe relative alla prima EOF di temperatura (degC) ad una profondità di 30 metri. Le EOFs sono calcolate con la sottrazione: a) della media del periodo di studio, b) della climatologia mensile, c) della climatologia annuale.

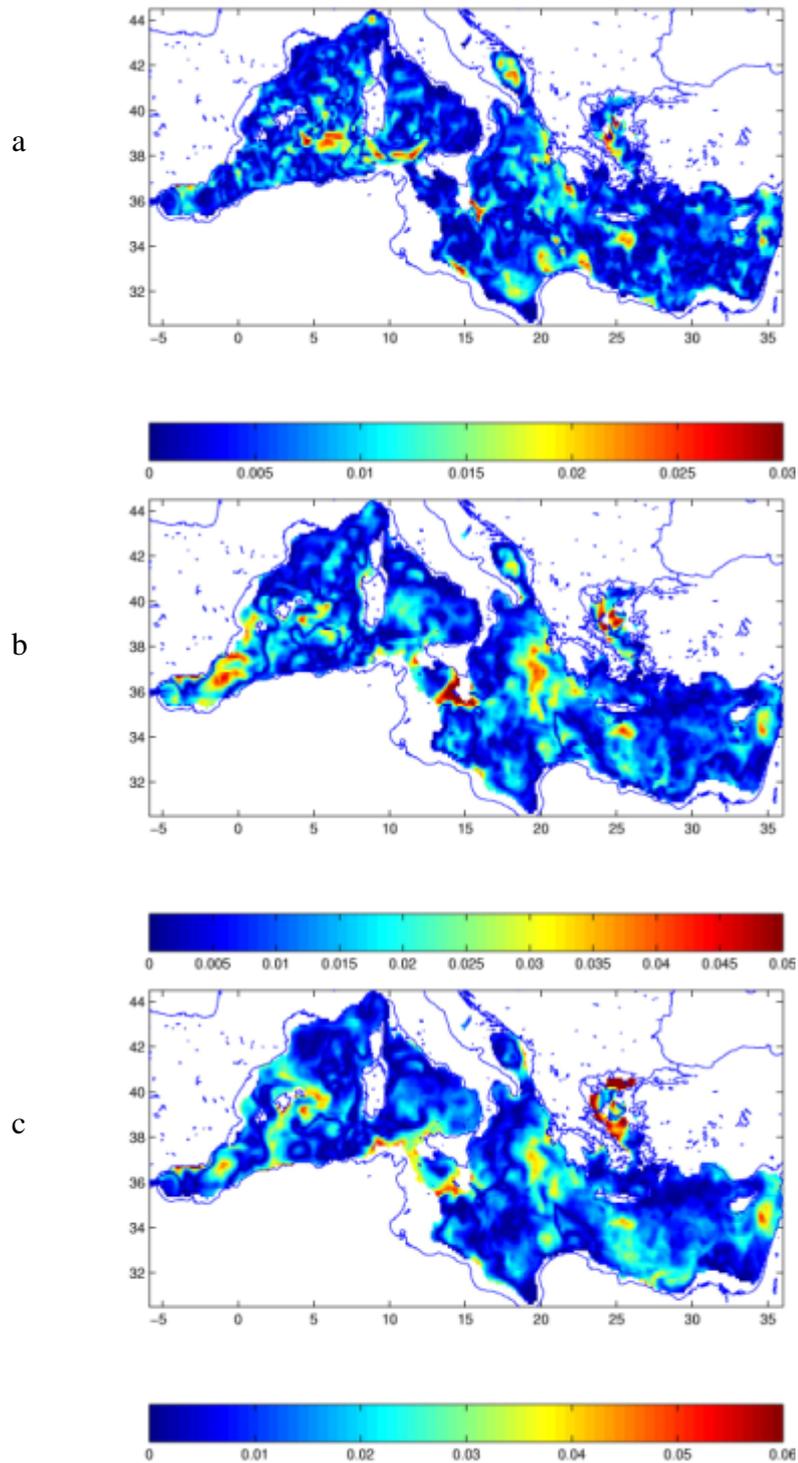


Figura 4-2 Mappe relative alla prima EOF di salinità (psu) ad una profondità di 30 metri. Le EOFs sono calcolate con la sottrazione: a) della media del periodo di studio, b) della climatologia mensile, c) della climatologia annuale.

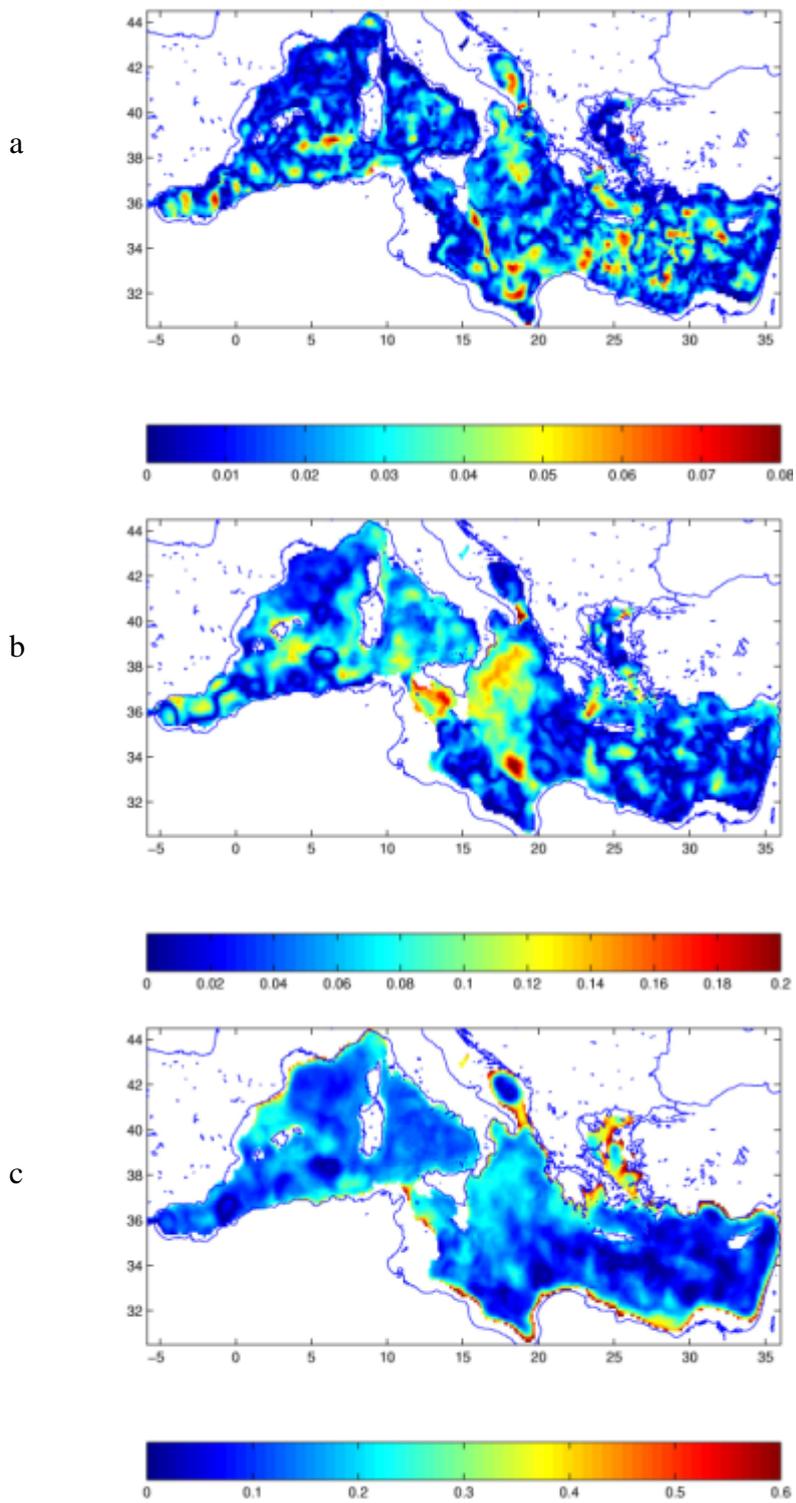


Figura 4-3 Mappe relative alla prima EOF di temperatura (degC) ad una profondità di 120 metri. Le EOFs sono calcolate con la sottrazione: a) della media del periodo di studio, b) della climatologia mensile, c) della climatologia annuale.

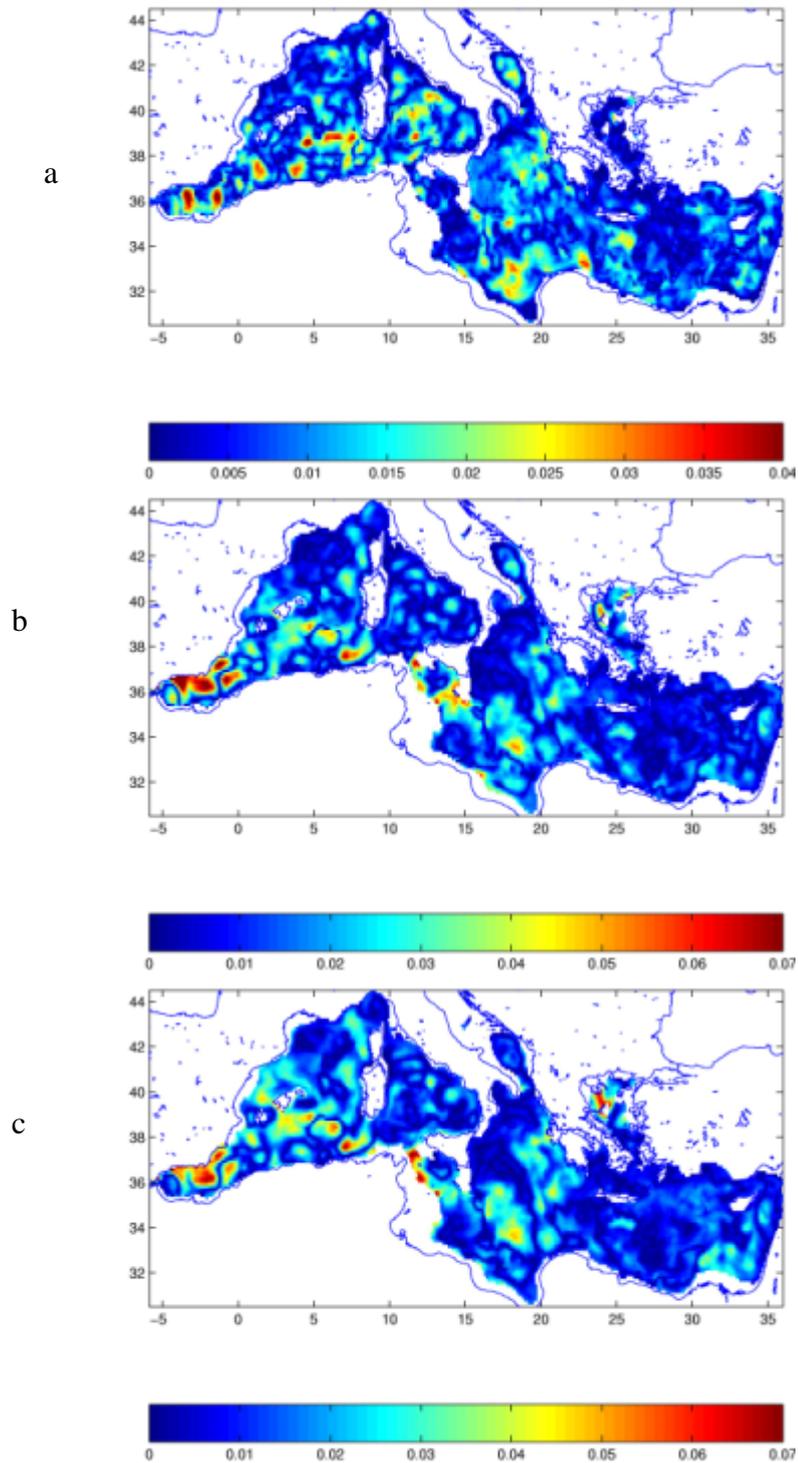


Figura 4-4 Mappe relative alla prima EOF di salinità (psu) ad una profondità di 120 metri. Le EOFs sono calcolate con la sottrazione: a) della media del periodo di studio, b) della climatologia mensile, c) della climatologia annuale.

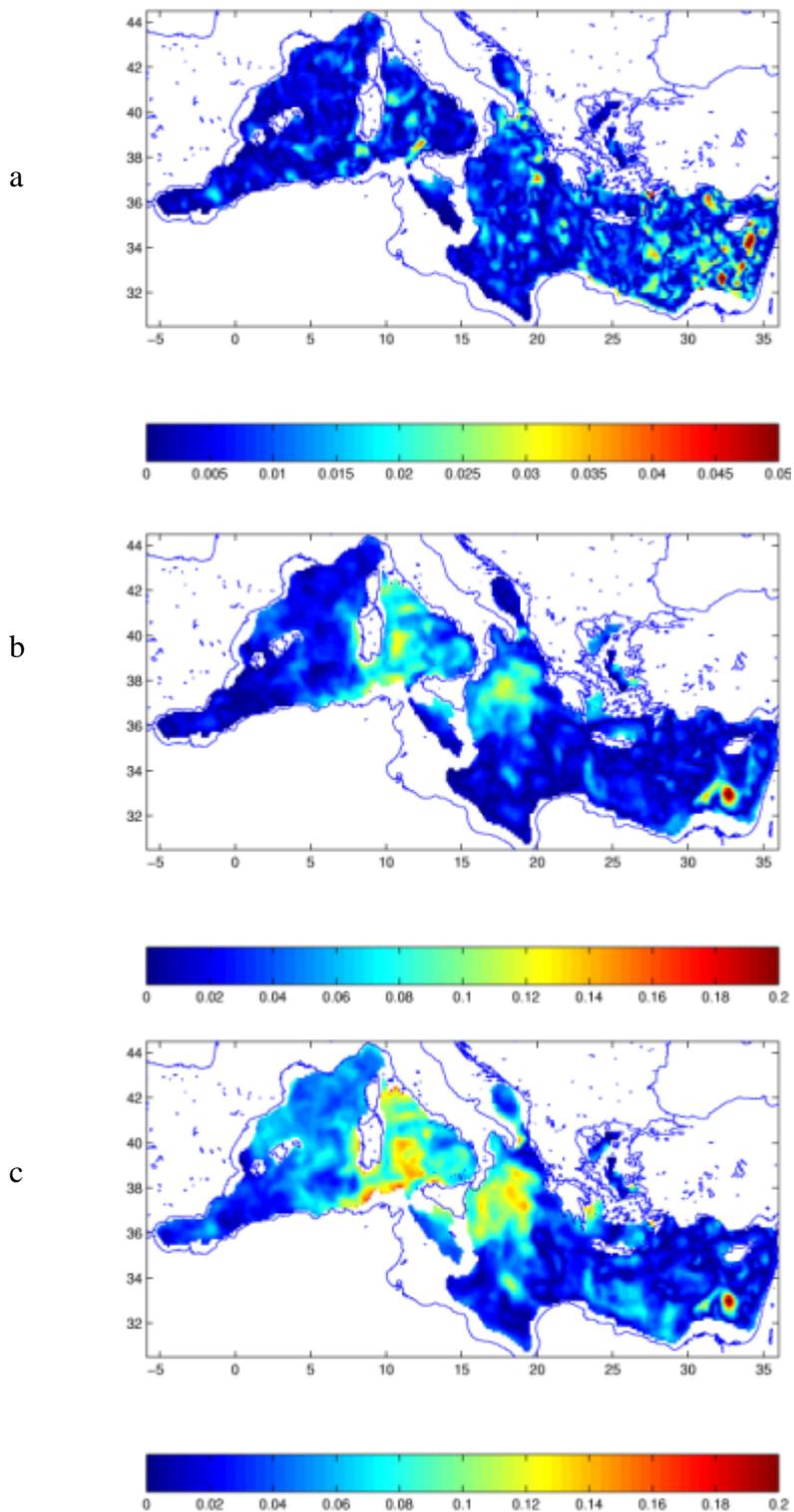


Figura 4-5 Mappe relative alla prima EOF di temperatura (degC) ad una profondità di 360 metri. Le EOFs sono calcolate con la sottrazione: a) della media del periodo di studio, b) della climatologia mensile, c) della climatologia annuale.

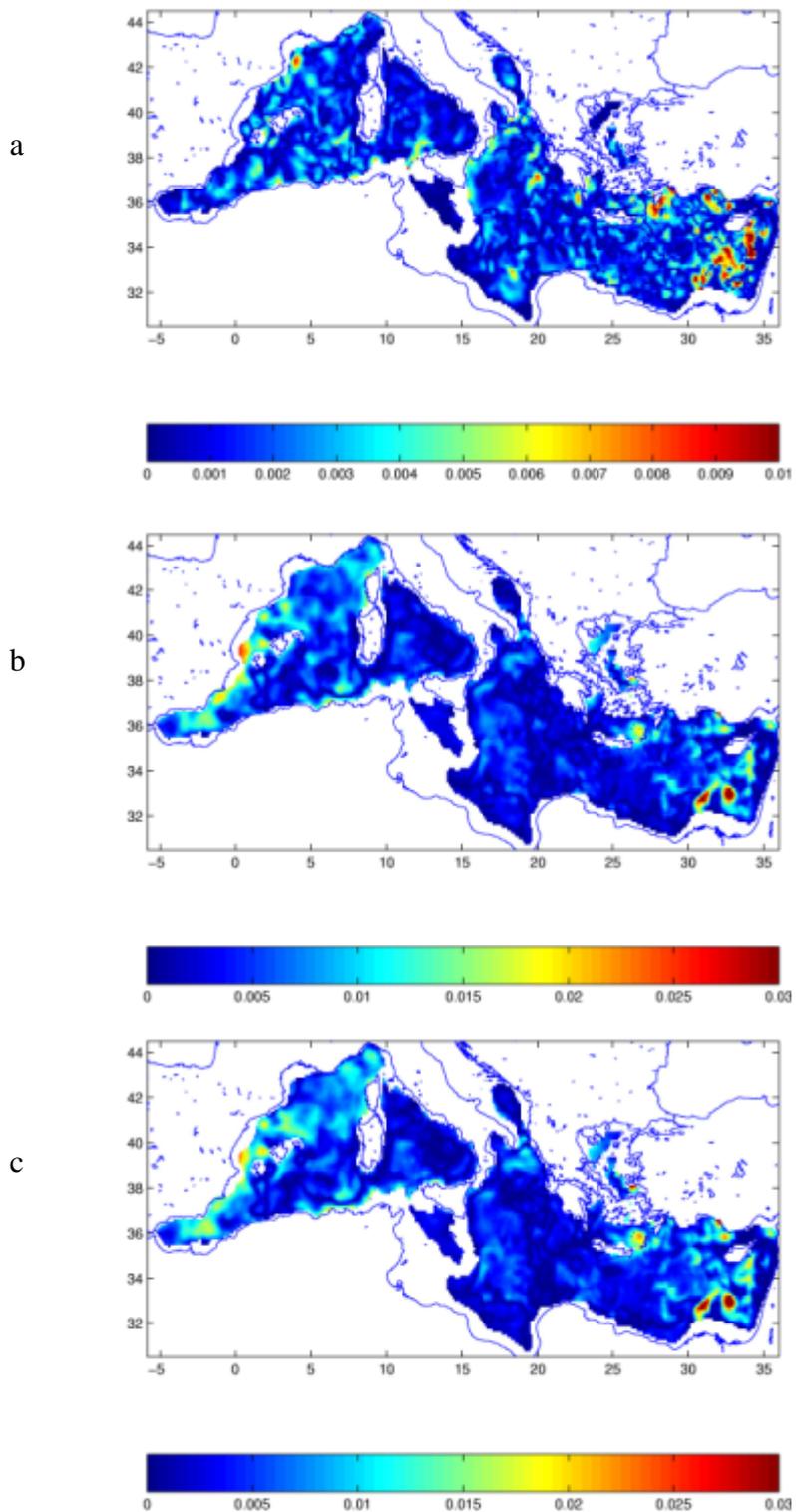


Figura 4-6 Mappe relative alla prima EOF di salinità (psu) ad una profondità di 360 metri. Le EOFs sono calcolate con la sottrazione: a) della media del periodo di studio, b) della climatologia mensile, c) della climatologia annuale.

Esaminando le immagini di fig: 4-1/4-6 si nota che la barra dei colori ha scale differenti sia per le diverse medie sottratte, che per le differenti profondità.

Come ci si poteva aspettare considerando l'analisi univariata fatta in precedenza, l'ampiezza delle EOFs aumenta andando dal caso della anomalia con la media del periodo di osservazione verso l'anomalia con la climatologia annuale sottratta. Ciò deriva dalle differenze di scale di variabilità temporale a cui fanno riferimento le EOFs. In particolare, l'anomalia calcolata attraverso la climatologia annuale cattura la variabilità del ciclo stagionale che è molto più accentuata rispetto a quella mensile del termoclino. Nelle figure questo corrisponde anche ad un allargamento delle scale spaziali nei campi di ampiezza delle EOFs, sia alla superficie che in profondità. La scala temporale della variabilità stagionale ed interannuale corrisponde quindi a scale spaziali di bacino o sottobacino. Questo significa che orizzontalmente esiste una lunghezza di correlazione dell'ampiezza delle EOFs a differenti profondità diversa da zero, ovvero esistono regimi orizzontali con struttura verticale simile delle EOFs.

Dalla figura 4-1 si nota molto bene l'aumento di ampiezza della EOF da anomalie annuali da ovest verso est lungo le coste Africane; associata alla corrente di MAW che entra da Gibilterra. A 30 metri, è ben visibile la variabilità della corrente Ionico-Atlantica che presenta un massimo di ampiezza della prima EOF sotto alla Sicilia. Questa struttura, associabile alla MAW, e' molto evidente nelle EOFs da anomalie annuali.

L'anomalia rispetto alla climatologia mensile sembra più adatta a trovare le strutture interannuali di sottobacino del Mediterraneo. Si nota molto bene il giro anticiclonico di Shikmona a 360 metri sia per EOFs di temperatura che di salinità con un massimo di variabilità di 0.15 °C e 0.03 psu rispettivamente. Sempre a 360 metri vi è un alta variabilità associabile al giro ciclonico dello Ionio occidentale e del Tirreno.

Più in superficie, a 120 metri, si nota sempre l'alta variabilità della temperatura nel giro dello Ionio occidentale. Oltre a ciò sono ben visibili due strutture che si ritrovano sia per la salinità che per la temperatura: la prima è il giro della Sirte, che forse risulta essere un po' a nord rispetto alla posizione abituale, ed il secondo è la forte instabilità causata dalla corrente algerina che stacca vortici caratterizzati da una elevata variabilità interannuale e di mesoscala.

Tutte queste strutture sono ben visibili perché le EOFs isolano zone con alta variabilità e mantengono caratteristiche di ampiezza simile all'interno delle strutture stesse.

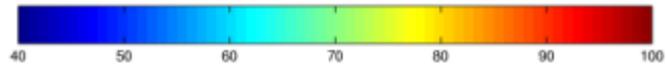
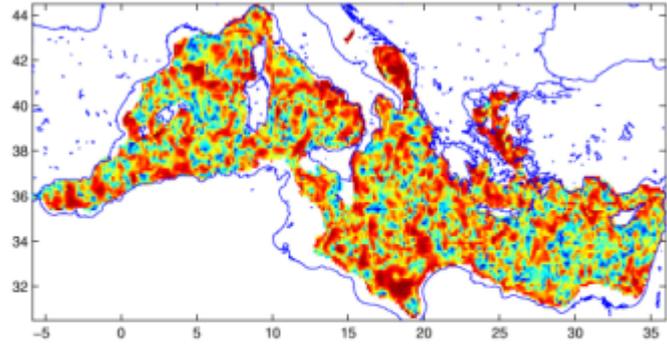
Nel caso delle anomalie rispetto al periodo di studio, le strutture delle EOFs risultano più frammentate, come se una diminuzione della scala temporale di indagine influisse sulla variabilità della scala spaziale. Si nota, infatti, che dove le EOFs delle anomalie della climatologia mensile presentano vortici ciclonici o anticiclonici grandi, le EOFs delle anomalie della media del periodo di studio presentano tante strutture molto più piccole. E' quindi molto chiaro nelle EOF bivariate che le anomalie dalla media del periodo catturano la variabilità di mesoscala ovunque nel bacino.

Inoltre, si riscontra un'altra tendenza: la diminuzione dell'ampiezza delle EOF con l'aumento della profondità soprattutto sotto i 120m. Fino ai 120 metri, infatti, è ancora presente l'influenza dello strato rimescolato molto variabile su scale interannuali e stagionali, al contrario, più in profondità le caratteristiche termiche e aline delle masse d'acqua sono molto più costanti. L'ampiezza delle EOFs calcolate dalle anomalie del periodo di osservazione sono inoltre quasi costanti a 360 metri, indicando che il campo di mesoscala è relativamente poco profondo.

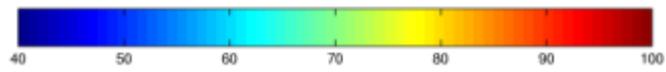
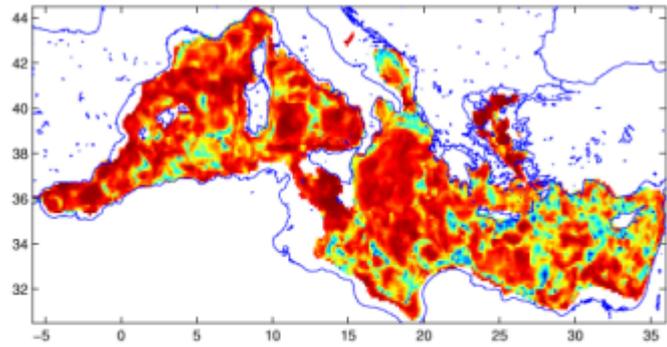
In figura 4-7 è mostrata la percentuale di varianza spiegata dalla prima EOF per le differenti anomalie. Si nota come la PVE aumenti con la sottrazione di una climatologia annuale e diminuisca per climatologia mensile e la media del periodo di studio. Tuttavia, è interessante notare che il minimo di PVE per il primo modo,

indipendentemente dal tipo di normalizzazione, è del 40%; questo da buone speranze per troncare la serie degli autovettori ad un numero non eccessivamente elevato di EOFs. Si ricorda che più autovettori si prendono in considerazione migliore sarà l'approssimazione, ma più costosa risulterà la procedura di calcolo.

a



b



c

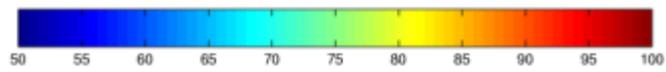
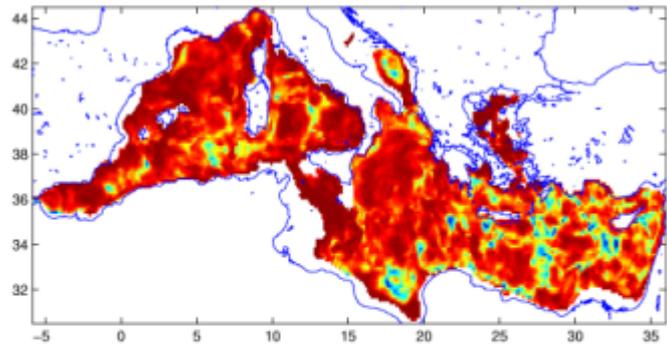


Figura 4-7 Percentuale di varianza spiegata riferita alla prima EOF bivariate.

Ora, oltre alle mappe, che danno una visione d'insieme di come è distribuita la variabilità intorno al bacino Mediterraneo, si è andati a studiare le EOFs nei punti mostrati in figura 2-1. Questi punti sono gli stessi esaminati per le EOFs univariate. Le EOF per il punto 1 sono mostrate in fig. 4-8/4-10.

Come per le univariate, si nota subito che la scala nelle varie figure, corrispondenti ad anomalie calcolate con diverse medie, è differente. Si nota un andamento molto simile a quello riscontrato per le univariate: l'ampiezza più alta si ritrova nelle EOFs provenienti dalle anomalie della media annuale. L'ampiezza delle EOFs tende a diminuire passando alla media mensile e a quella fatta sui 35 giorni di studio. Abbiamo spiegato questo comportamento con il fatto che le EOFs, calcolate dalle anomalie rispetto alla media annuale, catturano il ciclo stagionale che ha una ampiezza di alcune decine di gradi alla superficie, mentre nelle anomalie rispetto alla media stagionale o alla media del periodo di osservazione, rimane solo la variabilità interannuale e di mesoscala, che sono solo di diversi gradi.

Anche per le bivariate e nel caso della temperatura i massimi assoluti, per la climatologia annuale, si collocano in superficie, dove si hanno valori di deviazioni standard altissimi.

Gli altri tipi di EOFs, calcolate dalle anomalie con le altre due medie, presentano un'alta variabilità nei primi 500 metri poi, come per le univariate, questa variabilità tende a zero, ma assume comunque un valore trascurabile. Vedremo che questo comportamento è distintivo del bacino occidentale e si attenua andando verso est, come nel caso delle EOF univariate.

La prima EOF di temperatura (PVE 77%), riguardante la media del periodo di studio (fig: 4-8) mostra un massimo superficiale di 0.15°C ed una forte diminuzione in ampiezza nel primo centinaio di metri, attribuibile al termocline estivo che si sta formando. Più in profondità, intorno ai 250 metri, vi è un andamento costante che corrisponde al cambiamento di segno della prima EOF per la salinità. In seguito la temperatura fa un passaggio sullo zero a 400 metri, per poi mantenersi

abbastanza costante. Il secondo modo (PVE 18%), sempre della temperatura ha un andamento simile al primo quindi, si pensa contribuisca a spiegare la variabilità associata allo stesso fenomeno fisico. I numerosi passaggi intorno allo zero del terzo modo indicano che probabilmente si cattura già il rumore di fondo. La bassa percentuale di varianza spiegata, mostrata in tabella 4-1 avvalora questa affermazione.

Il primo modo della salinità, calcolato con la media del periodo di studio, presenta due massimi di ampiezza alla sottosuperficie, uno a circa a 100 metri e l'altro intorno ai 400 metri. In seguito il modo tende a stabilizzarsi e mantenersi costante con la profondità. La seconda EOFs della salinità mostra un massimo molto marcato (0.02 psu) in corrispondenza del cambiamento di segno del primo, ma questa differenza di comportamento è riscontrabile solo con le anomalie provenienti dalla media del periodo di studio. Questo comportamento è molto significativo in quanto significa che ciascuna EOF spiega la varianza di strati d'acqua complementari.

La percentuale di varianza spiegata (PVE) dalle EOFs bivariate è presentata nella tabella 4-1. A questo riguardo bisogna fare una precisazione: una volta calcolata la PVE, si è arrotondata all'intero più vicino. Questo implica che quando si legge zero, per esempio, per il quarto modo questo non sia proprio zero. Nel caso del punto 1 si vede che il quarto modo, è già a livello di rumore di fondo. Il primo modo caratterizza una grossa parte della varianza di questa regione, ancora di più che non nel caso delle univariate sia per la temperatura che per la salinità.

PUNTO 1			
Climatologia	Media dei 35 giorni	Climatologia mensile	Climatologia annuale
EOF1	77%	78%	81%
EOF2	18%	17%	16%
EOF3	3%	4%	2%
EOF4	1%	0%	0%
<i>Totale</i>	<i>99%</i>	<i>99%</i>	<i>99%</i>

Tabella 4-1 Percentuale di Varianza Spiegata riferita al punto 1 per i tre tipi di medie sottratte.

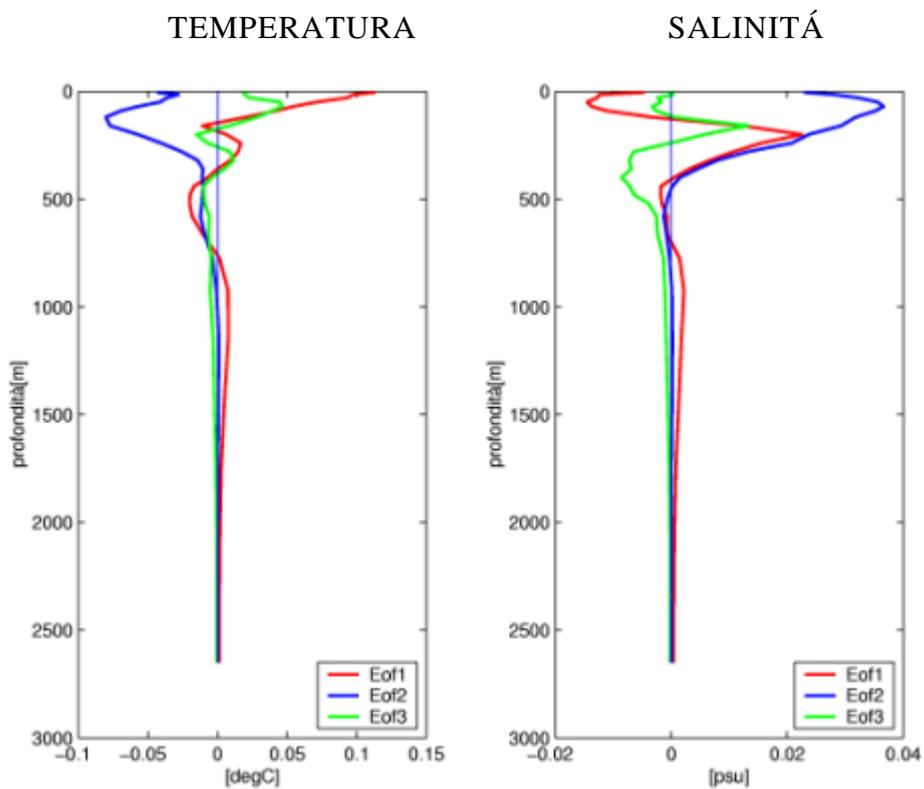


Figura 4-8 EOFs bivariate calcolate nel punto1. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la media del periodo di studio.

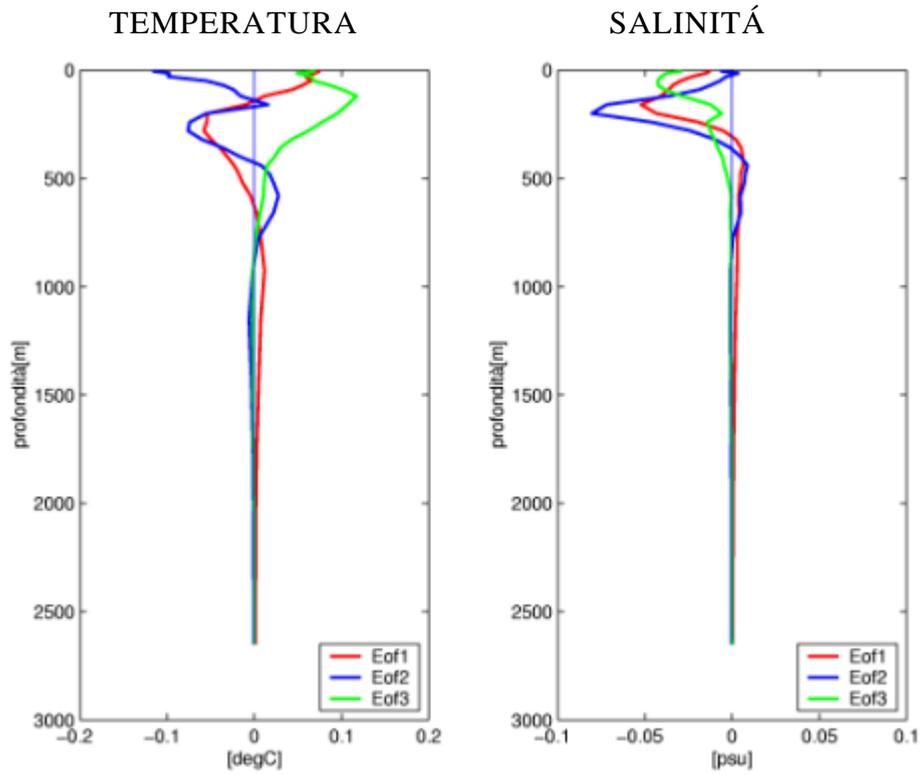


Figura 4-9 EOFs bivariate calcolate nel punto1. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la climatologia mensile.

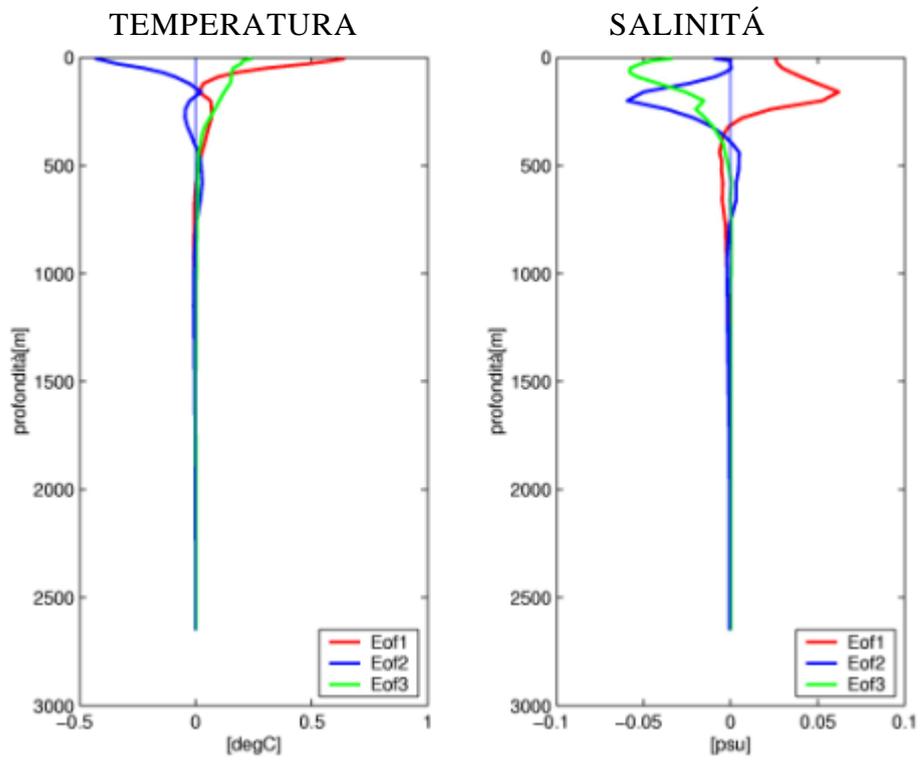


Figura 4-10 EOFs bivariate calcolate nel punto1. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la climatologia annuale.

Le EOFs per il punto 2 di figura 2-1 sono mostrate in figura 4-11/4-13.

Nella prima EOF di salinità, relativa alla sottrazione della climatologia mensile, si nota la presenza di un minimo (-0.015 psu) intorno ai 70 metri associabile alla presenza della Modified Atlantic Water che entra da Gibilterra. Un cambiamento di segno intorno ai 200 metri indica il passaggio alla LIW che presenta un massimo poco più sotto (0.005 psu). Il secondo modo ha un comportamento molto differente in quanto presenta un massimo di 0.004 psu a circa 100 metri e mostra un cambiamento di segno alla stessa profondità del primo modo. Questo massimo appare quasi speculare rispetto allo zero per la prima EOF di temperatura, sembrerebbe, dunque, che queste due EOFs contribuiscano a spiegare la variabilità media del termoclino. Nella prima EOF di temperatura, è ben visibile il massimo superficiale associabile forse anche in questo caso al riscaldamento dello strato superficiale della colonna d'acqua.

Per quel che riguarda le EOFs, calcolate da anomalie con la sottrazione del periodo di studio, l'aspetto più significativo è forse il comportamento affine della prima e seconda EOF sia per la temperatura che per la salinità.

Si registra un massimo sottosuperficiale per il primo e secondo modo di salinità attorno ai 100-200 metri. L'ampiezza della EOF a questa profondità cattura quindi la variazione delle caratteristiche termiche e aline del termoclino superficiale.

Nel caso delle anomalie dalla climatologia annuale si nota bene come le caratteristiche termiche delle acque siano fortemente dipendenti dal ciclo stagionale che produce un massimo superficiale di 0.8°C; tuttavia la salinità appare come se risentisse poco di questo presentando un massimo anche in questo caso intorno ai 250 metri. Si può quindi affermare che per la salinità, anche la climatologia annuale, risente molto delle variazioni medie del termoclino superficiale.

Dalla tabella 4-2 si vede che il primo modo perde un po' di importanza rispetto al punto 1, che viene acquistata dal secondo con il risultato che i primi due ancora una volta spiegano quasi la totalità della variabilità in questa regione.

PUNTO 2			
Climatologia	Media dei 35 giorni	Climatologia mensile	Climatologia annuale
EOF1	76%	81%	95%
EOF2	21%	12%	3%
EOF3	2%	6%	2%
EOF4	0%	0%	0%
<i>Totale</i>	<i>99%</i>	<i>99%</i>	<i>100%</i>

Tabella 4-2 Percentuale di Varianza Spiegata riferita al punto 2 per i tre tipi di medie sottratte.

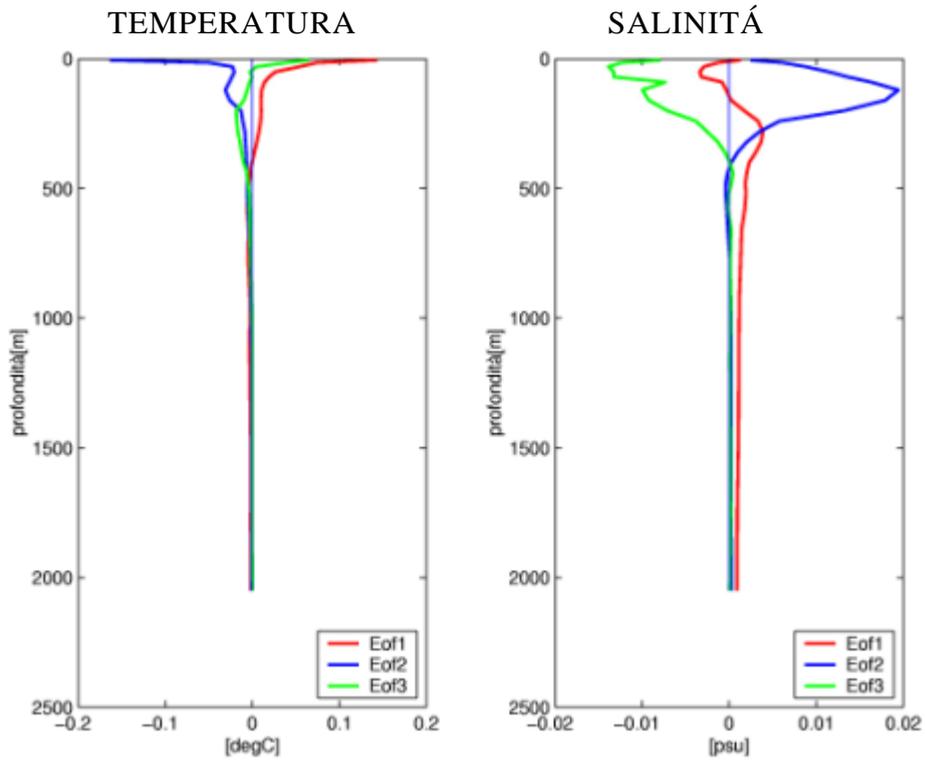


Figura 4-11 EOFs bivariate calcolate nel punto2. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la media del periodo di studio.

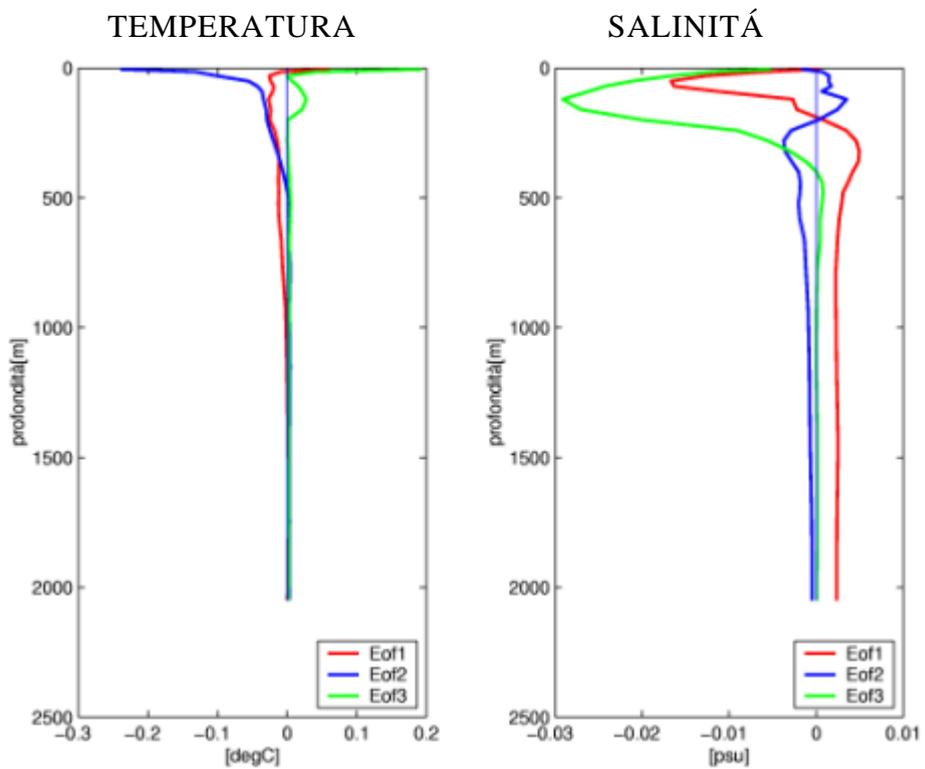


Figura 4-12 EOFs bivariate calcolate nel punto2. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la climatologia mensile.

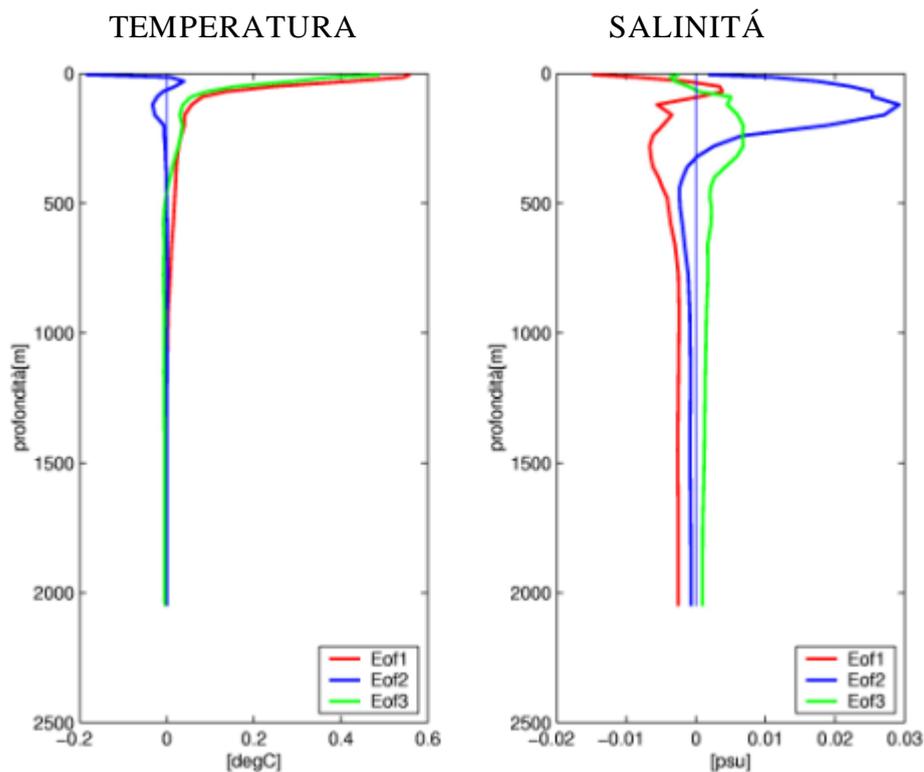


Figura 4-13 EOFs bivariate calcolate nel punto2. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la climatologia annuale.

Il terzo punto, come mostrato in figura 2-1, è situato al centro del Mar Tirreno. Le EOFs sono mostrate in figura 4-14/4-16.

Le EOFs sia di temperatura che di salinità appaiono molto simili nella forma a quelle univariate, quindi le considerazioni tratte nel paragrafo 3.2, riguardo a questo punto, continuano ad essere valide. Tuttavia la percentuale di varianza spiegata delle EOFs bivariate risulta essere molto differente rispetto alle univariate. Infatti, le prime sottolineano la presenza di un primo modo molto importante, la cui PVE oscilla fra 81% per la media del periodo di studio ed il 94% per la climatologia annuale; però già la seconda EOF ha una importanza molto bassa (PVE 12%-5%), mentre i modi più alti catturano il rumore. Per le univariate, invece, si era visto che la PVE risultava abbastanza elevata per tutti e quattro i modi.

Esaminando le EOFs si nota che la forma fra quelle calcolate da anomalie con la sottrazione della climatologia mensile ed annuale è molto simile, sia per la temperatura che per la salinità.

Sempre per quel che riguarda la forma sembrerebbe che la prima EOF di temperatura, calcolata da anomalie della climatologia mensile ed annuale, spieghi un fenomeno fisico differente dalla prima normalizzata con la media del periodo di studio. Infatti, si può notare che la prima EOF delle anomalie sul periodo di studio ha un aspetto molto simile a quello della seconda per gli altri due tipi, sia per la temperatura che per la salinità. Ciò potrebbe significare che, se consideriamo la variabilità del primo modo delle anomalie annuali e mensili associabile al ciclo stagionale ed interannuale, la seconda EOF di queste anomalie rappresenta la mesoscala.

La sottrazione della media sui 35 giorni, essendo assolutamente priva dell'informazione del ciclo stagionale, è molto più adatta a focalizzare le EOFs sui fenomeni di mesoscala e sulle relative variazioni.

Naturalmente i valori dei massimi di ampiezza delle EOFs sono molto differenti per le anomalie che derivano dalle tre medie. La spiegazione, come al solito, consiste nel fatto che le deviazioni standard sono molto grandi per un'anomalia dalla climatologia annuale e piccole per la media sui 35 giorni di analisi.

PUNTO 3			
Climatologia	Media dei 35 giorni	Climatologia mensile	Climatologia annuale
EOF1	81%	93%	94%
EOF2	12%	5%	5%
EOF3	4%	1%	1%
EOF4	2%	0%	0%
<i>Totale</i>	<i>99%</i>	<i>99%</i>	<i>100%</i>

Tabella 4-3 Percentuale di Varianza Spiegata riferita al punto 3 per i tre tipi di medie sottratte.

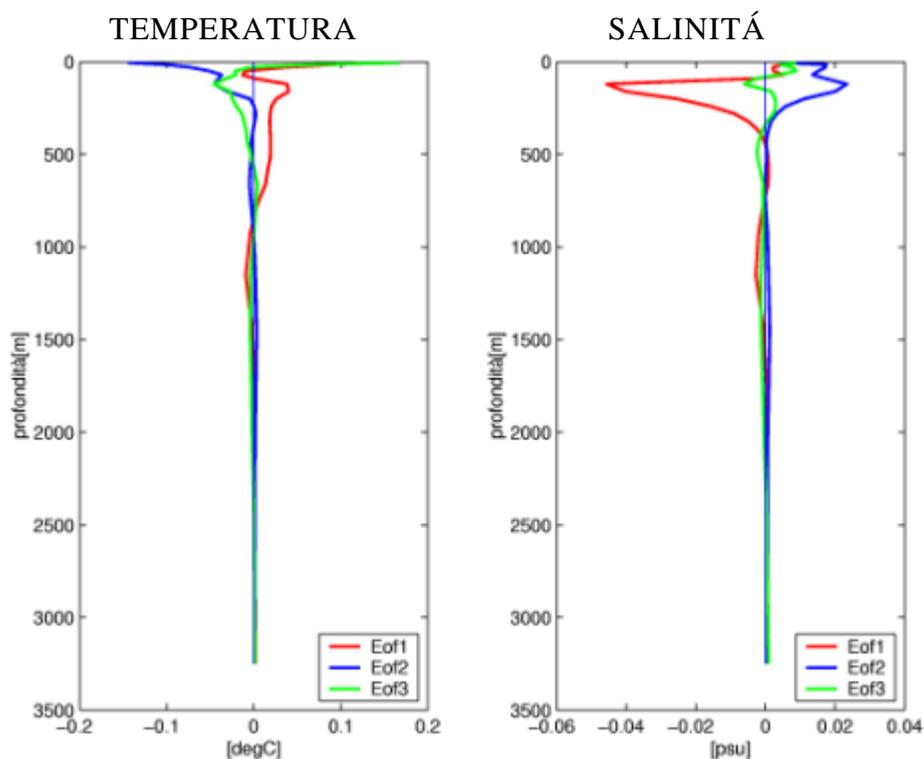


Figura 4-14 EOFs bivariate calcolate nel punto3. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la media del periodo di studio.

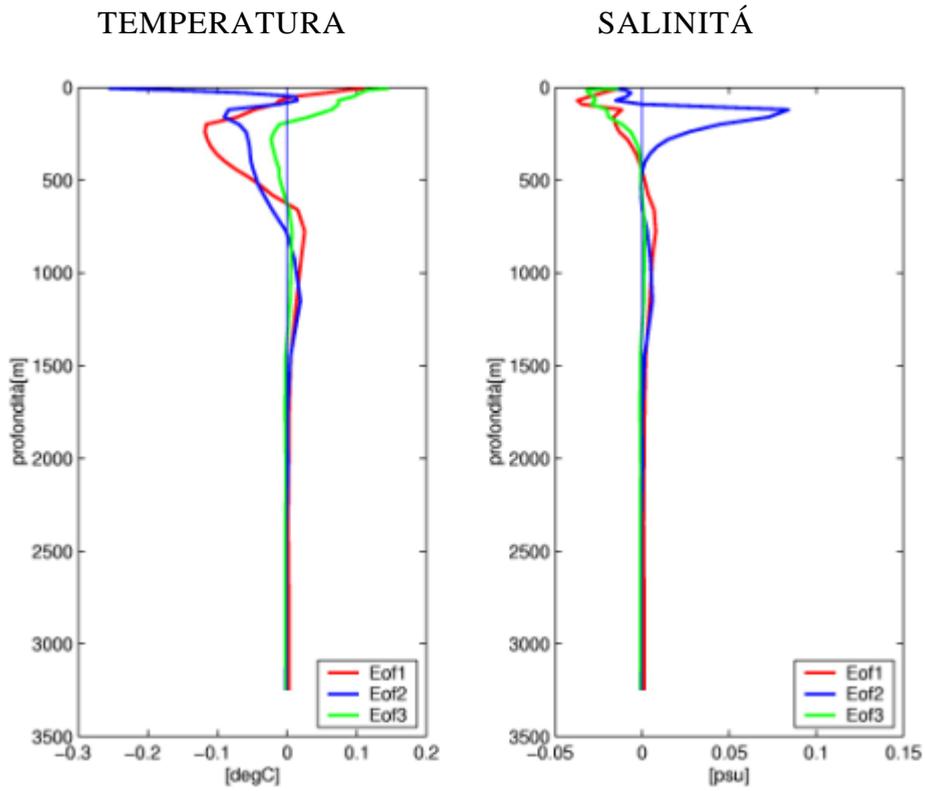


Figura 4-15 EOFs bivariate calcolate nel punto3. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la climatologia mensile.

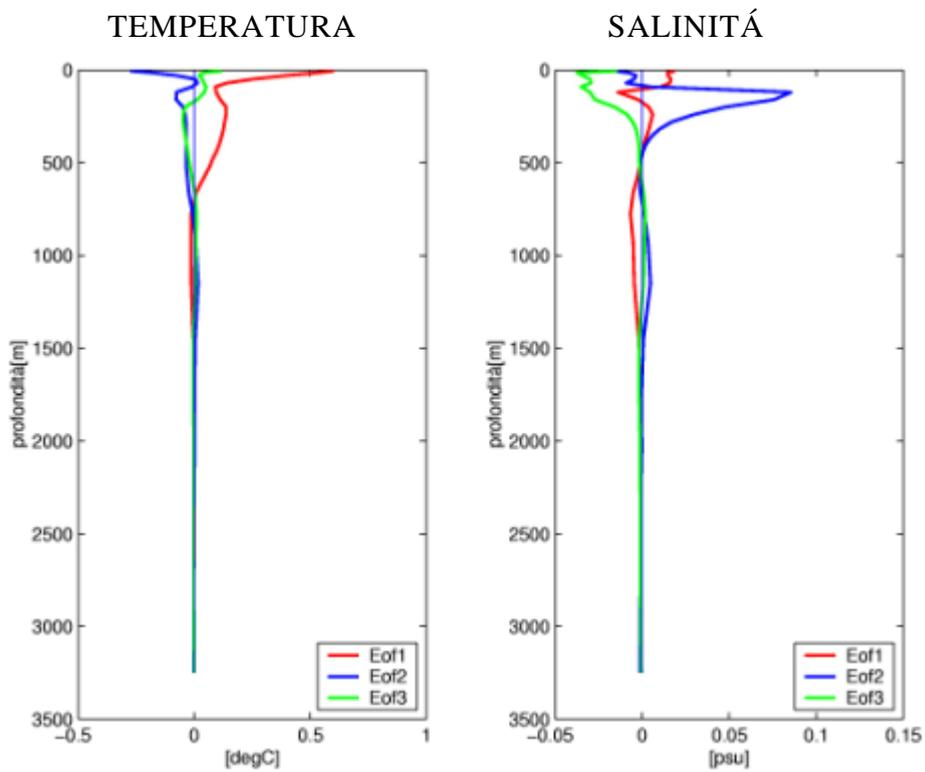


Figura 4-16 EOFs bivariate calcolate nel punto3. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la climatologia annuale.

Le EOF del punto 4 (fig: 2-1) sono riportate in figura 4-17/4-19. La forma risulta essere molto simile al corrispettivo insieme di EOFs univariate ed anche il valore assoluto dei massimi è paragonabile.

Per la salinità si incontra un massimo assoluto, di tutti e quattro i modi riportati in figura 4-17, alla profondità del termocline (circa cento metri), indipendentemente dal tipo di media sottratta. A questa profondità vi dovrebbe essere anche il passaggio fra la MAW e la LIW. Successivamente si ha, soprattutto per il primo modo, una netta diminuzione dell'ampiezza che riacquista vigore in uno strato tra 500 e 2000 metri, dove si colloca un'acqua di transizione tra la LIW e le acque profonde. Si può osservare che per questi modi per la salinità, hanno un cambiamento di segno molto superficiale e poi mantengono un'ampiezza notevole in profondità. Questo aspetto indica la presenza di una colonna d'acqua a strati, in cui vi sono forti mescolamenti verticali che causano una omogeneità nelle caratteristiche aline e termiche delle masse d'acqua negli stessi.

Per quel che riguarda le EOFs di temperatura, si può dire che quelle calcolate con la media del periodo di studio risentono del riscaldamento primaverile che si propaga dalla superficie verso il fondo. Si vede infatti un massimo assoluto di ampiezza, e quindi di variabilità, per il primo modo, collocato nello strato più superficiale; dopo una repentina diminuzione di ampiezza, il cui minimo coincide con la profondità del massimo di salinità a circa 100 metri, si presenta un massimo relativo situato ad una profondità di circa 150-200 metri. Di seguito si ha un cambiamento di segno vicino ai 1000 metri.

Le EOFs calcolate dalle anomalie dalla climatologia annuale hanno, come al solito, un massimo molto alto (0.8°C) in superficie per il primo modo. Questo, diminuisce rapidamente, per poi aumentare di nuovo alla profondità media del termocline. Anche in questo caso si ha l'inversione di segno a circa 800 metri di profondità.

I modi più alti, analizzando la tabella 4-4, hanno una importanza praticamente nulla poiché da solo il primo modo spiega il 98% di tutta la varianza.

PUNTO 4			
Climatologia	Media dei 35 giorni	Climatologia mensile	Climatologia annuale
EOF1	79%	97%	98%
EOF2	14%	2%	1%
EOF3	3%	0%	0%
EOF4	1%	0%	0%
<i>Totale</i>	<i>97%</i>	<i>99%</i>	<i>99%</i>

Tabella 4-4 Percentuale di Varianza Spiegata riferita al punto 4 per i tre tipi di medie sottratte.

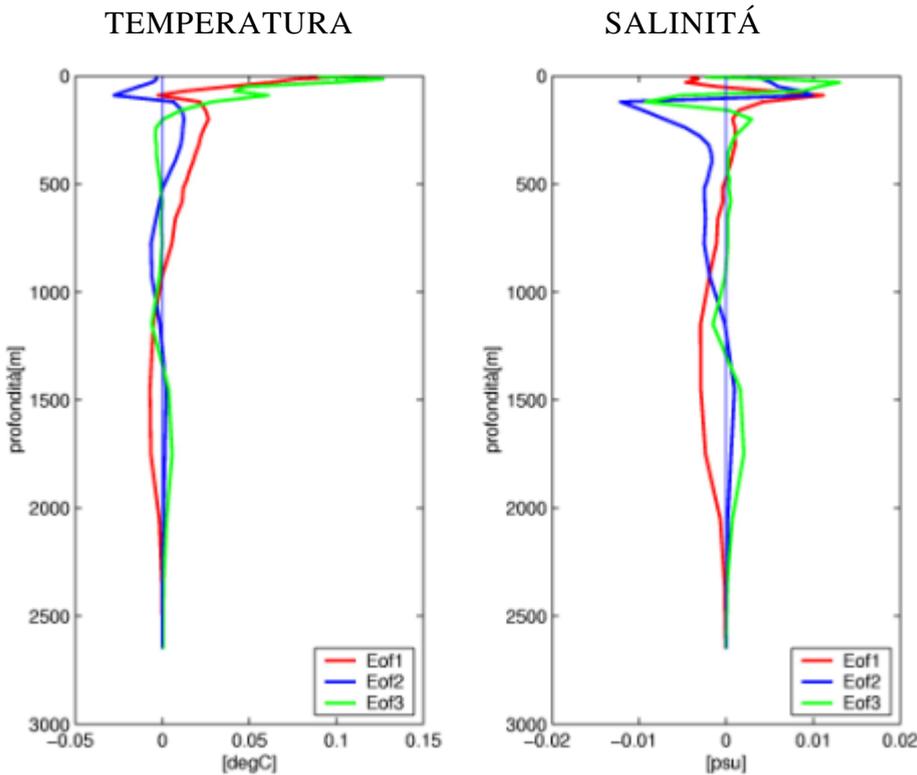


Figura 4-17 EOFs bivariate calcolate nel punto4. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la media del periodo di studio.

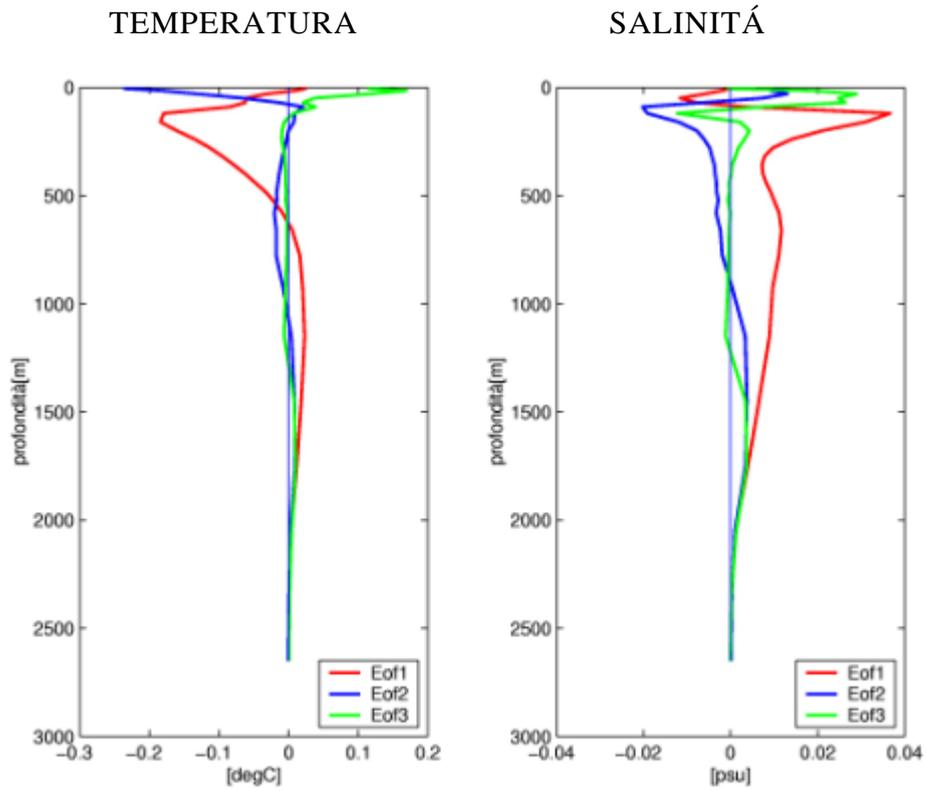


Figura 4-18 EOFs bivariate calcolate nel punto4. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la climatologia mensile.

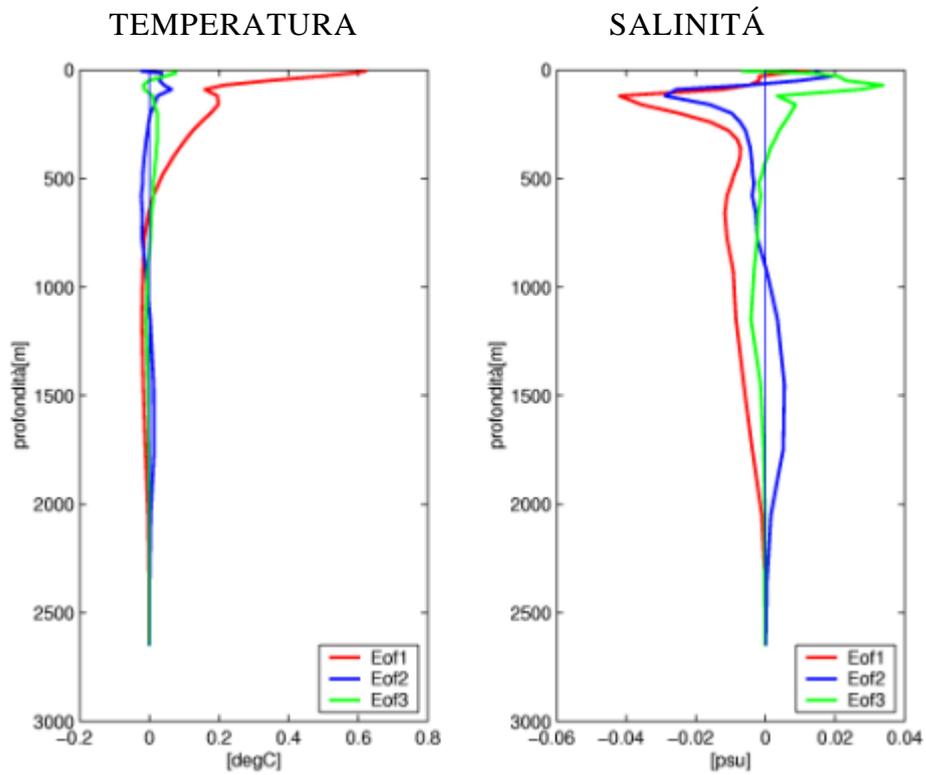


Figura 4-19 EOFs bivariate calcolate nel punto4. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la climatologia annuale.

Il punto 5 di figura 2-1 ha un comportamento particolare nelle EOFs che sono mostrate in figura 4-20/4-22.

Guardando la tabella 4-4 si nota immediatamente che la percentuale di varianza spiegata, per il primo modo delle EOFs normalizzate con climatologia annuale, è minore di quella con climatologia mensile, che a sua volta è minore di quelle normalizzate con la media dei 35 giorni di studio. Così il secondo modo delle prime due normalizzazioni possiede un'importanza maggiore, rispettivamente 26% e 21%. In questa regione, quindi, sembra che il numero delle EOFs necessarie a catturare la varianza delle masse d'acqua sia maggiore per tutti i tipi di climatologia sottratta.

Interessante ma di difficile interpretazione, è la forma particolare che le EOFs hanno nei primi 500 metri, mostrando 'strati' di ampiezza costante delle EOFs sia di salinità che temperatura. Anche in questa regione la variabilità, messa in luce dall'ampiezza finita delle EOFs in profondità, si estende per tutta la colonna d'acqua.

Le EOFs di temperatura hanno forme abbastanza simili, indipendentemente dal tipo di normalizzazione, con massimi superficiali abbastanza elevati; presentano un cambiamento di segno a circa 100 metri e di nuovo un massimo a 200 metri. Successivamente ad una profondità di 500 metri si trova un nuovo cambiamento di segno, indicando, ancora una volta, un segnale di variabilità profonda.

PUNTO 5			
Climatologia	Media dei 35 giorni	Climatologia mensile	Climatologia annuale
EOF1	77%	67%	63%
EOF2	10%	21%	26%
EOF3	9%	5%	6%
EOF4	3%	5%	4%
<i>Totale</i>	<i>99%</i>	<i>98%</i>	<i>99%</i>

Tabella 4-5 Percentuale di Varianza Spiegata riferita al punto 5 per i tre tipi di medie sottratte.

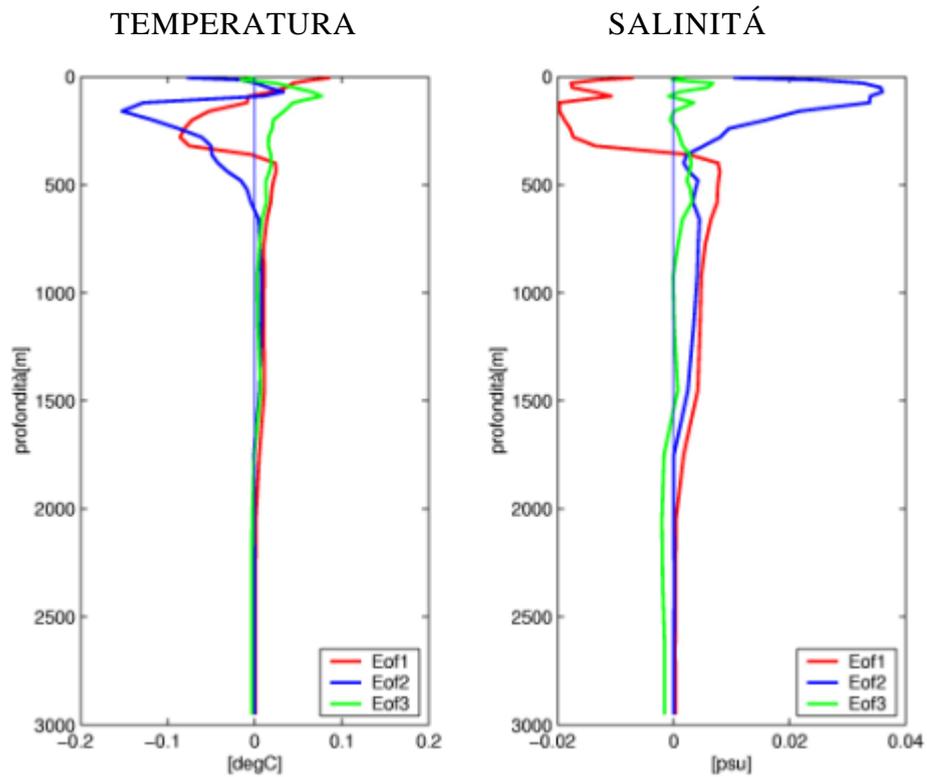


Figura 4-20 EOFs bivariate calcolate nel punto5. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la media del periodo di studio.

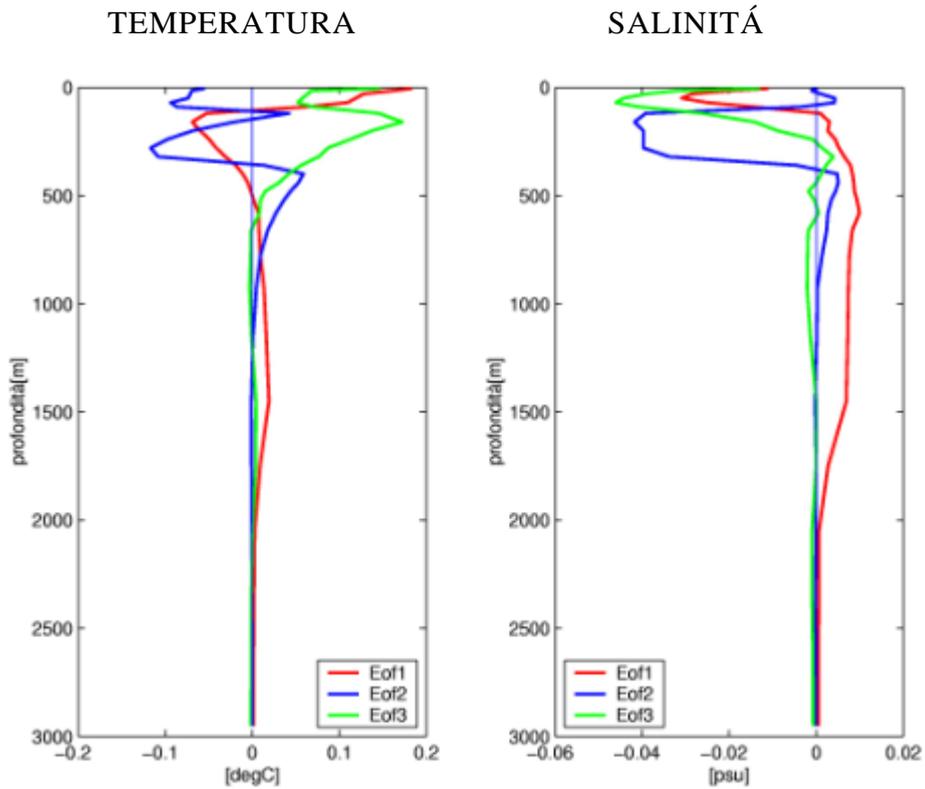


Figura 4-21 EOFs bivariate per calcolate nel punto5. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la climatologia mensile.

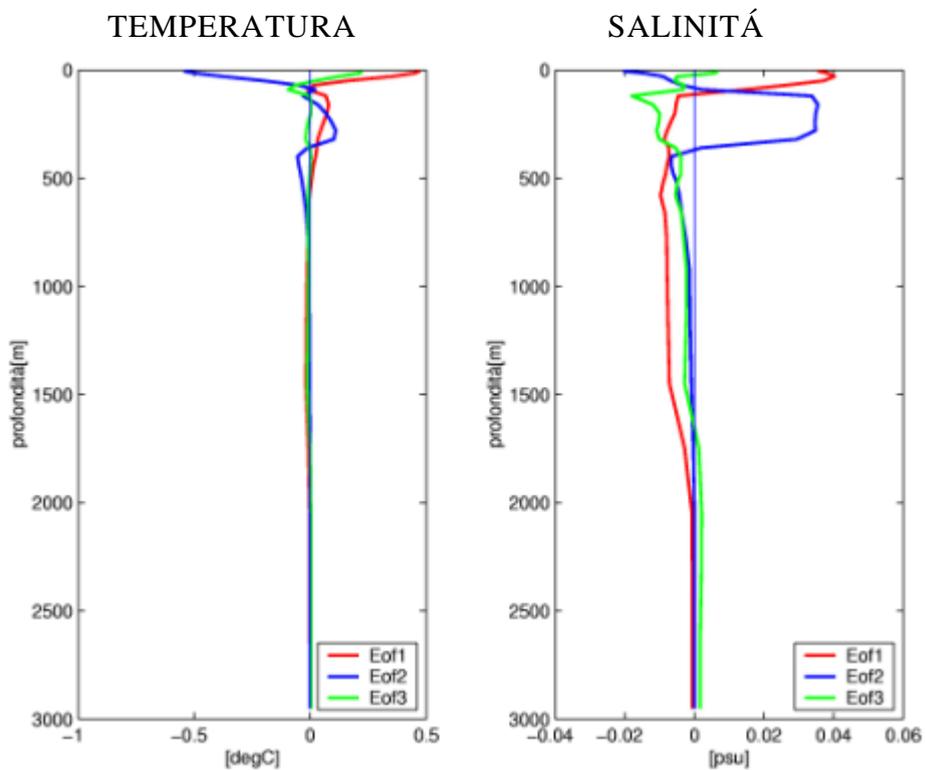


Figura 4-22 EOFs bivariate calcolate nel punto5. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la climatologia annuale.

4.3 Funzioni Empiriche Ortogonali trivariate

Le EOFs trivariate sono calcolate dalle tre variabili: temperatura, salinità e anomalia della superficie libera o SLA.

Anche per le trivariate i dati di temperatura, salinità e SLA provengono dalle analisi del modello .

Le medie, analogamente all'analisi bivariata per la temperatura e salinità, sono climatologie annuali, mensili ed è stata calcolata anche la media riferita al periodo di studio preso in considerazione.

Le funzioni empiriche ortogonali trivariate nascono dall'ipotesi che vi sia una intima correlazione fra l'altezza del livello del mare e la componente baroclina della velocità della corrente. Nel caso dell'assimilazione di dati di SLA, come spiegato nell'introduzione, le EOFs multivariate dovranno considerare la covarianza tra la SLA e i profili di temperatura e salinità. In questo modo, introducendo dati di SLA, si correggeranno anche le temperature e salinità del modello. Naturalmente, e' già stato dimostrato che la SLA non è correlata alla temperatura e alla salinità dello strato superficiale rimescolato (Mellor e Ezer, 1001, Masina et al., 2001) ma lo è invece con la temperatura e salinità del termoclino del termoclino permanente.

Si spera, quindi, che le EOFs trivariate aiutino a catturare meglio la variabilità soprattutto nei primi 250-300 metri, dove generalmente si colloca il termoclino nel Mediterraneo.

Nel resto del capitolo si esaminerà, dunque, il metodo utilizzato per il calcolo delle EOFs trivariate (paragrafo 4.3.1) e si discuteranno i risultati ottenuti (paragrafo 4.3.2).

4.3.1 Metodologia

Per ogni punto griglia si sono calcolate le EOFs trivariate in questo modo: si sono presi i profili di temperatura, salinità ed il valore della SLA per i 35 giorni di studio (4 aprile 2000 – 9 maggio 2000) e si sono calcolate le anomalie attraverso le tre medie più volte ripetute (climatologia annuale, climatologia mensile, media dei dati).

Successivamente, si è calcolata la deviazione standard ad ogni livello, e si sono normalizzati i dati in modo tale che, essendo in forma dimensionale, potessero essere manipolati.

In seguito, si è costruito il vettore di stato, ponendo uno di seguito all'altro le varie anomalie, associabili alle differenti variabili:

$$X = \begin{pmatrix} SLA \\ T \\ S \end{pmatrix} \quad 4-9$$

La SLA è un vettore riga n-dimensionale ($SLA = [sla_1 \dots sla_n]$), T ed S sono matrici $n \times m$, in cui sulle righe vi sono le anomalie di temperatura riferite ai differenti livelli del modello e sulle colonne è presente la serie temporale :

$$T = \begin{pmatrix} t_{1,1} & \dots & t_{1,n} \\ \dots & \dots & \dots \\ t_{m,1} & \dots & t_{m,n} \end{pmatrix} \quad 4-10$$

$$S = \begin{pmatrix} s_{1,1} & \dots & s_{1,n} \\ \dots & \dots & \dots \\ s_{m,1} & \dots & s_{m,n} \end{pmatrix} \quad 4-11$$

In questo modo si è costruita una matrice X di dimensioni $n \times (2m + 1)$.

Successivamente si sono calcolate le EOFs applicando la SVD al suddetto vettore di stato dell'equazione 4-9. Si è già detto più volte che il metodo della decomposizione in valori singolari è, da un punto di vista concettuale, la stessa cosa che calcolare la matrice di correlazione ma ha il vantaggio di essere un algoritmo molto più efficiente e stabile.

Tuttavia, se si costruisse la matrice di correlazione apparirebbe così:

$$C = X^T X = \begin{vmatrix} \text{SLA} & T & S \\ \text{SLA} & T & S \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \text{SLA} \\ T \\ S \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{SLA} \cdot \text{SLA} & \text{SLA} \cdot T & \text{SLA} \cdot S \\ T \cdot \text{SLA} & T \cdot T & T \cdot S \\ S \cdot \text{SLA} & S \cdot T & S \cdot S \end{vmatrix} \quad 4-12$$

Analogamente alle bivariate, teoricamente, è possibile dividere questa matrice in 9 quadranti: i tre sulla diagonale principale risultano essere indicatori della variabilità del parametro (ad esempio: SLA) con se stesso. I rimanenti quadranti valutano la variabilità dei vari parametri nei confronti di altri (es :SLA con temperatura).

Così facendo si sono ottenuti dei modi di dimensioni $2m+1$, in cui la prima riga è associabile alle EOFs per la SLA; le EOFs per la temperatura e la salinità sono rispettivamente i primi e i secondi rimanenti m livelli. La giustificazione di ciò è analoga a quella per le bivariate spiegata in sezione 4.2.1; l'equazione 4-6, per le trivariate, diventa la 4-14.

Anche in questo caso, procedendo in questo modo, si è distrutta l'ortogonalità ma, come visto in sezione 4.2.1, questo fatto non deve preoccupare eccessivamente.

Nel caso delle trivariate si è eseguito un ulteriore esperimento: una volta calcolate le EOFs, per ogni punto griglia si sono prese le prime due di esse che, come già detto, spiegano la maggior parte della varianza della colonna d'acqua, e si è ricostruito il campione di dati iniziale. Grazie a questo si è potuta ricomporre la serie temporale di temperatura, salinità e anomalia del livello del mare.

Il procedimento matematico seguito in questo caso è stato:

$$X = \begin{vmatrix} \text{SLA} \\ T \\ S \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} U_{sla} \\ U_t \\ U_s \end{pmatrix} (\Sigma) \begin{pmatrix} V_{sla}^T & V_t^T & V_s^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{sla} \Sigma V_{sla}^T & U_{sla} \Sigma V_t^T & U_{sla} \Sigma V_s^T \\ U_t \Sigma V_{sla}^T & U_t \Sigma V_t^T & U_t \Sigma V_s^T \\ U_s \Sigma V_{sla}^T & U_s \Sigma V_t^T & U_s \Sigma V_s^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{sla} \Sigma \begin{pmatrix} V_{sla}^T & V_t^T & V_s^T \end{pmatrix} \\ U_t \Sigma \begin{pmatrix} V_{sla}^T & V_t^T & V_s^T \end{pmatrix} \\ U_s \Sigma \begin{pmatrix} V_{sla}^T & V_t^T & V_s^T \end{pmatrix} \end{pmatrix} \begin{matrix} \rightarrow \text{SLA} \\ \rightarrow T \\ \rightarrow S \end{matrix} \quad 4-13$$

ma sapendo che le variabili sono anomalie normalizzate, per ricostruire la temperatura, la salinità e la pressione alla superficie del

mare si sono dovute moltiplicare i risultati per le deviazioni standard, e sommare le climatologie riferite ad ogni punto griglia. Ricordando che l'anomalia di superficie libera normalizzata è:

$$SLA = (SSP - SSP^{clim})D^{-1} \quad 4-14$$

si ottiene che

$$(SSP - SSP^{clim}) = SLA \cdot D \quad 4-15$$

quindi

$$SSP_{rec} = (SLA \cdot D) + SSP^{clim} = \left\{ \left[U_{sla} \Sigma \left(V_{sla}^T \quad V_t^T \quad V_s^T \right) \right] \cdot D \right\} + SSP^{clim} \quad 4-16$$

La stessa cosa vale per temperatura e salinità. Dalla pressione superficiale si è, poi, calcolata l'altezza della superficie libera applicando l'equazione 3-9.

Una volta ricostruita la serie temporale dei dati, si è voluto valutare l'effetto del troncamento della serie delle EOFs sulla nostra capacità di ricostruzione del campo dato. Si è, quindi, calcolato l'errore come differenza fra campo ricostruito e quello dato, e si è applicata la formula:

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y)^2}{n}} \quad 4-17$$

dove y è l'errore n sono i 35 giorni del periodo di studio.

4.3.2 Analisi dei risultati con EOFs trivariate

In questo paragrafo si andranno ad esaminare i risultati ottenuti con le EOFs trivariate. In particolare si illustreranno:

- Mappe della prima EOFs e relativa percentuale spiegata.
- Profili verticali di EOFs per i punti di figura 2-1.
- Mappe dell'errore medio associato alla ricostruzione dei dati con le prime due EOFs.

Anche per le trivariate, si sono svolti i calcoli con variabili adimensionali. Nonostante ciò, si è scelto di moltiplicare i risultati per la deviazione standard (fattore di normalizzazione), in modo tale da renderli dimensionali e più facilmente interpretabili.

In particolare, passando ad esaminare le mappe, è necessario sottolineare che, come nel caso delle EOFs bivariate, si è deciso di presentare il valore assoluto del primo modo dimensionale.

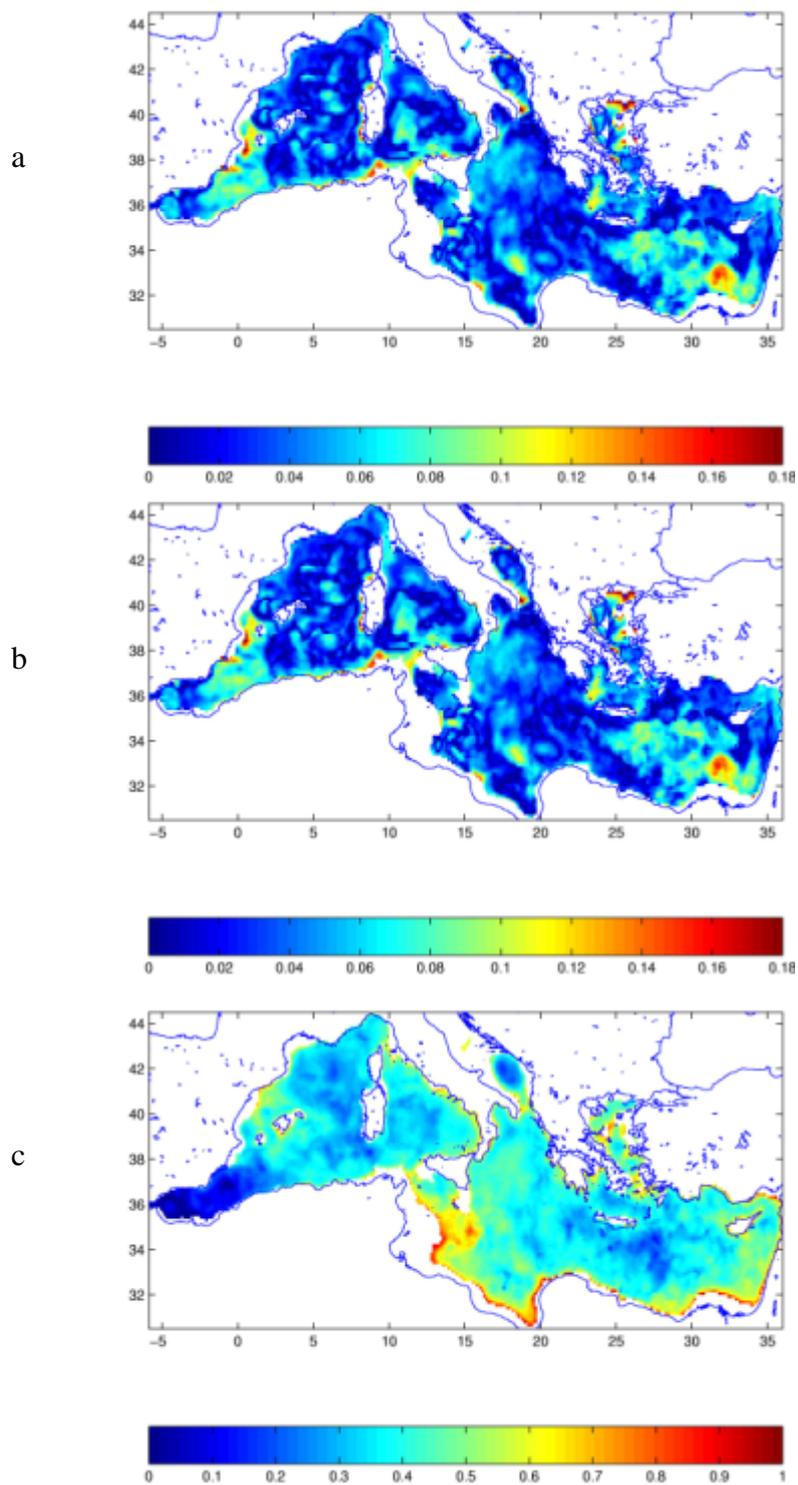


Figura 4-23 Mappe relative alla prima EOF di temperatura (degC) ad una profondità di 30 metri. Le EOFs sono calcolate con la sottrazione: a) della media del periodo di studio, b) della climatologia mensile, c) della climatologia annuale.

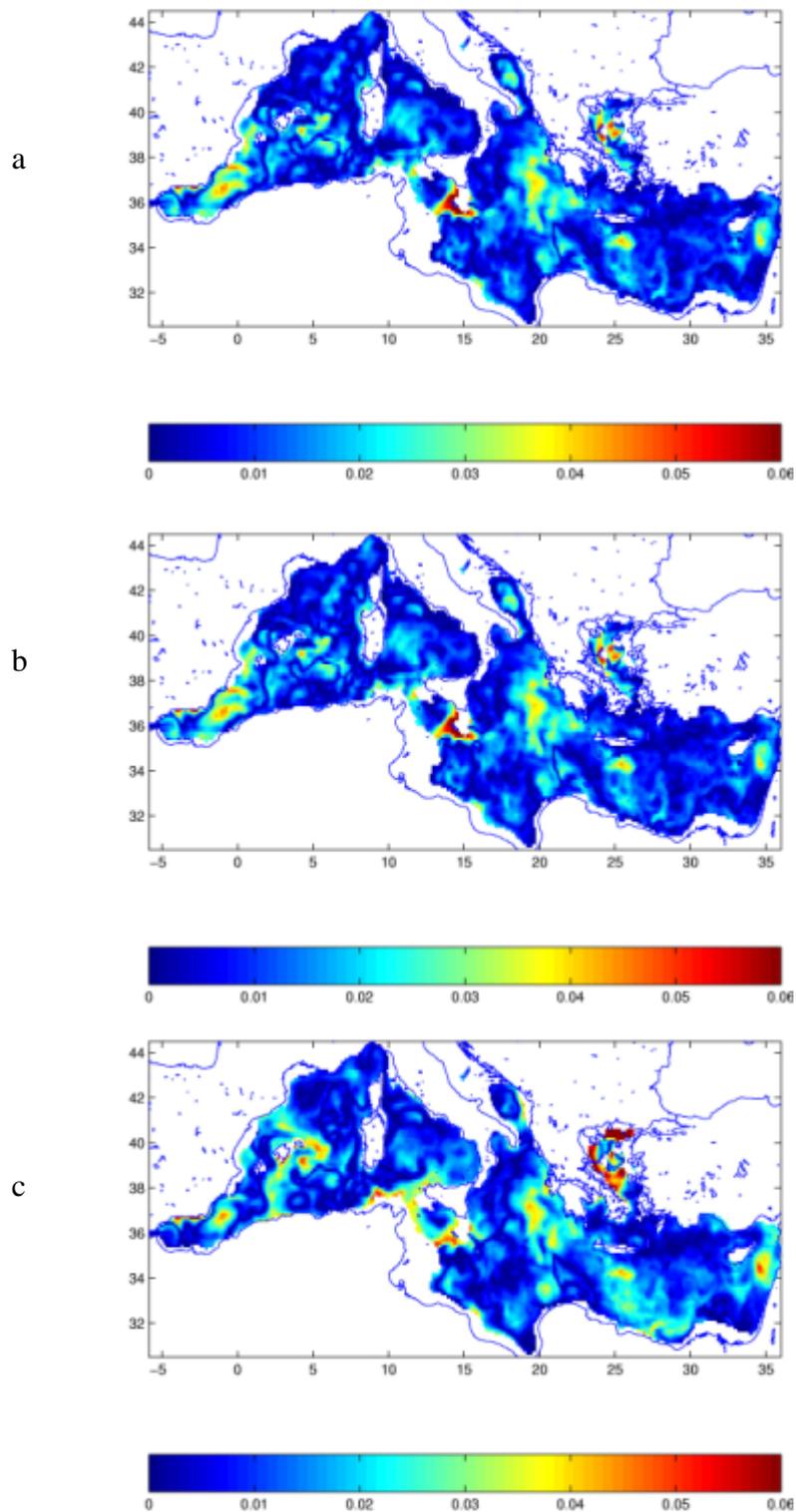


Figura 4-24 Mappe relative alla prima EOF di salinità (psu) ad una profondità di 30 metri. Le EOFs sono calcolate con la sottrazione: a) della media del periodo di studio, b) della climatologia mensile, c) della climatologia annuale.

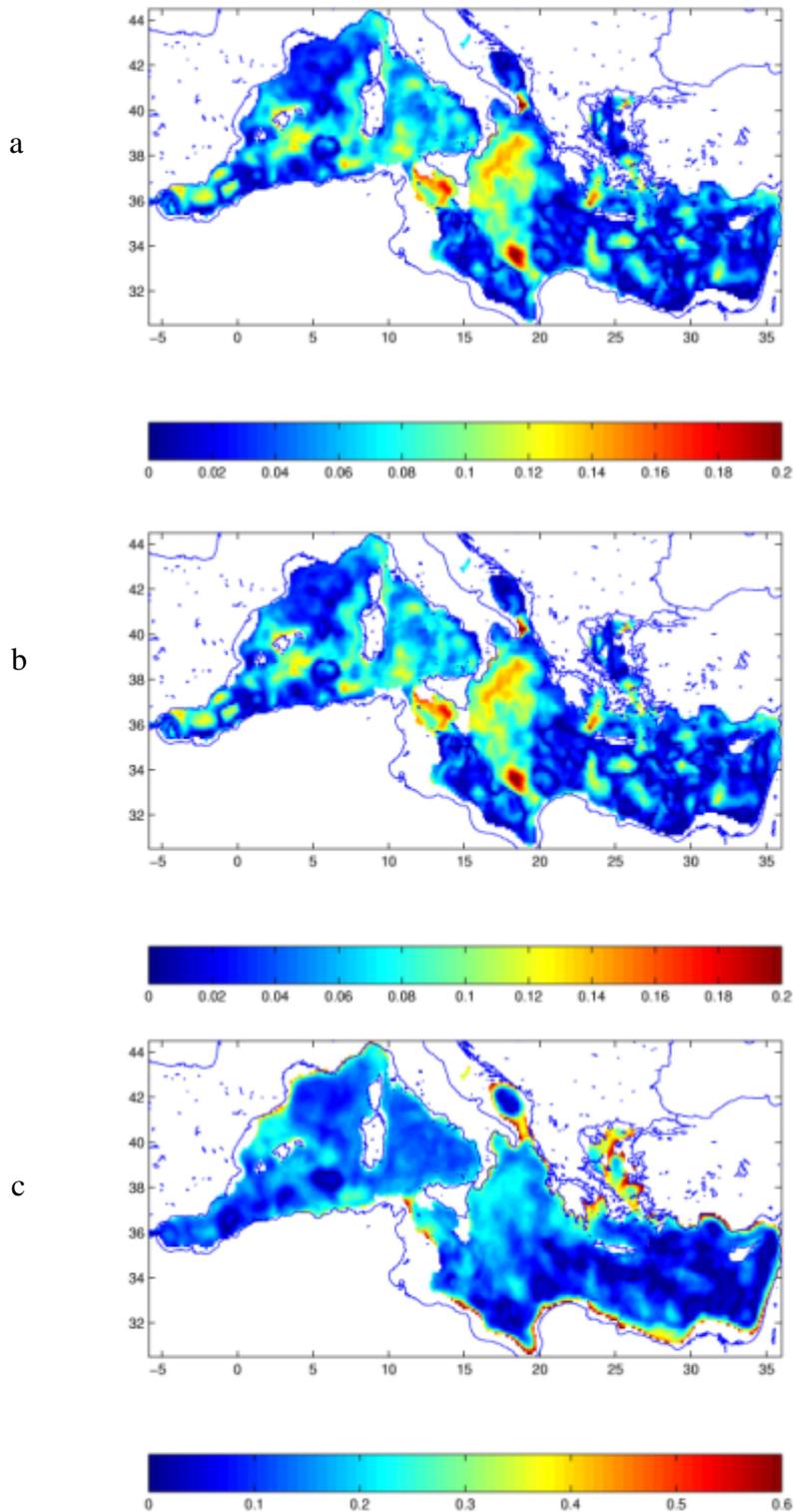


Figura 4-25 Mappe relative alla prima EOF di temperatura (degC) ad una profondità di 120 metri. Le EOFs sono calcolate con la sottrazione: a) della media del periodo di studio, b) della climatologia mensile, c) della climatologia annuale.

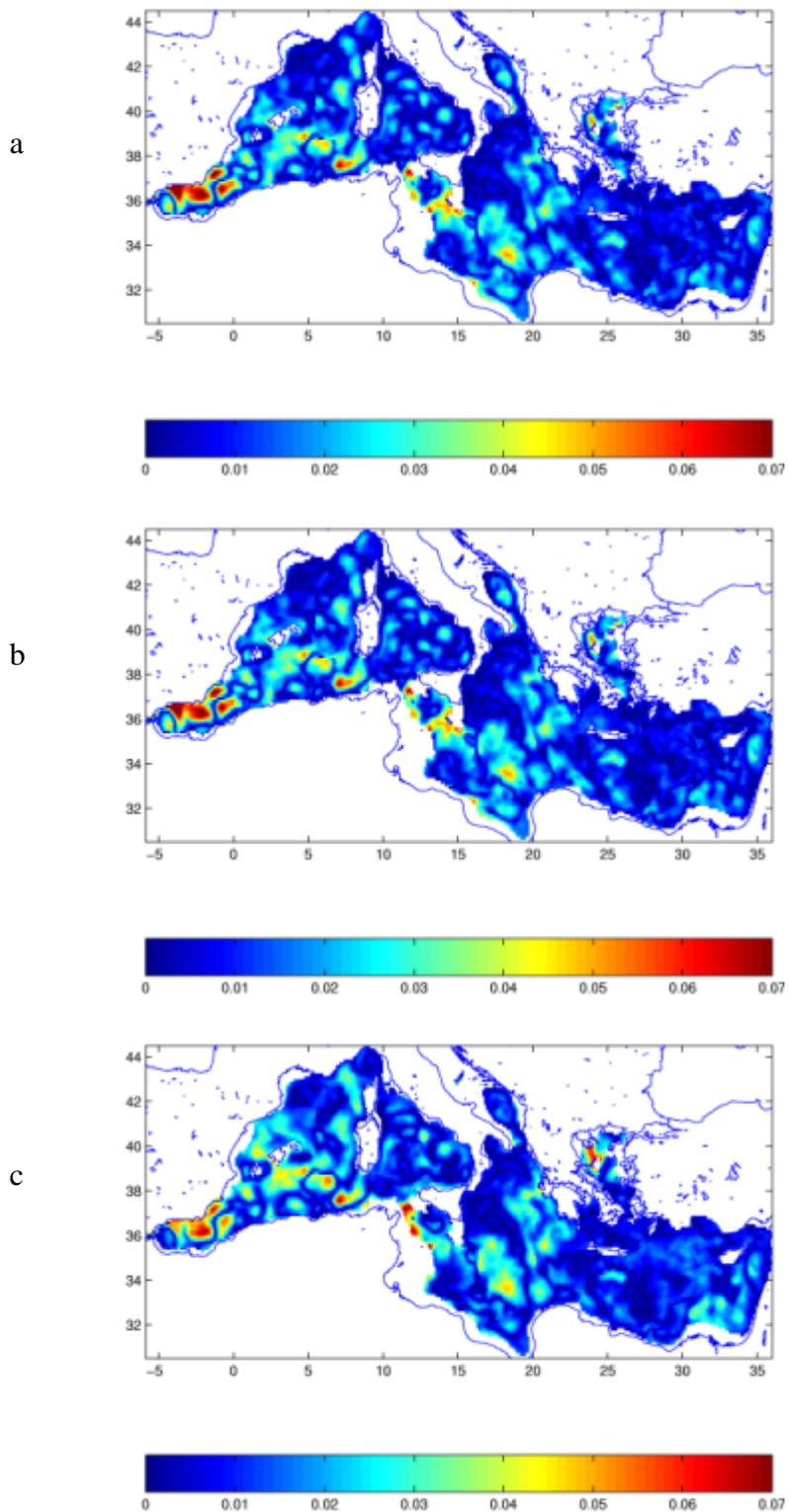


Figura 4-26 Mappe relative alla prima EOF di salinità (psu) ad una profondità di 120 metri. Le EOFs sono calcolate con la sottrazione: a) della media del periodo di studio, b) della climatologia mensile, c) della climatologia annuale.

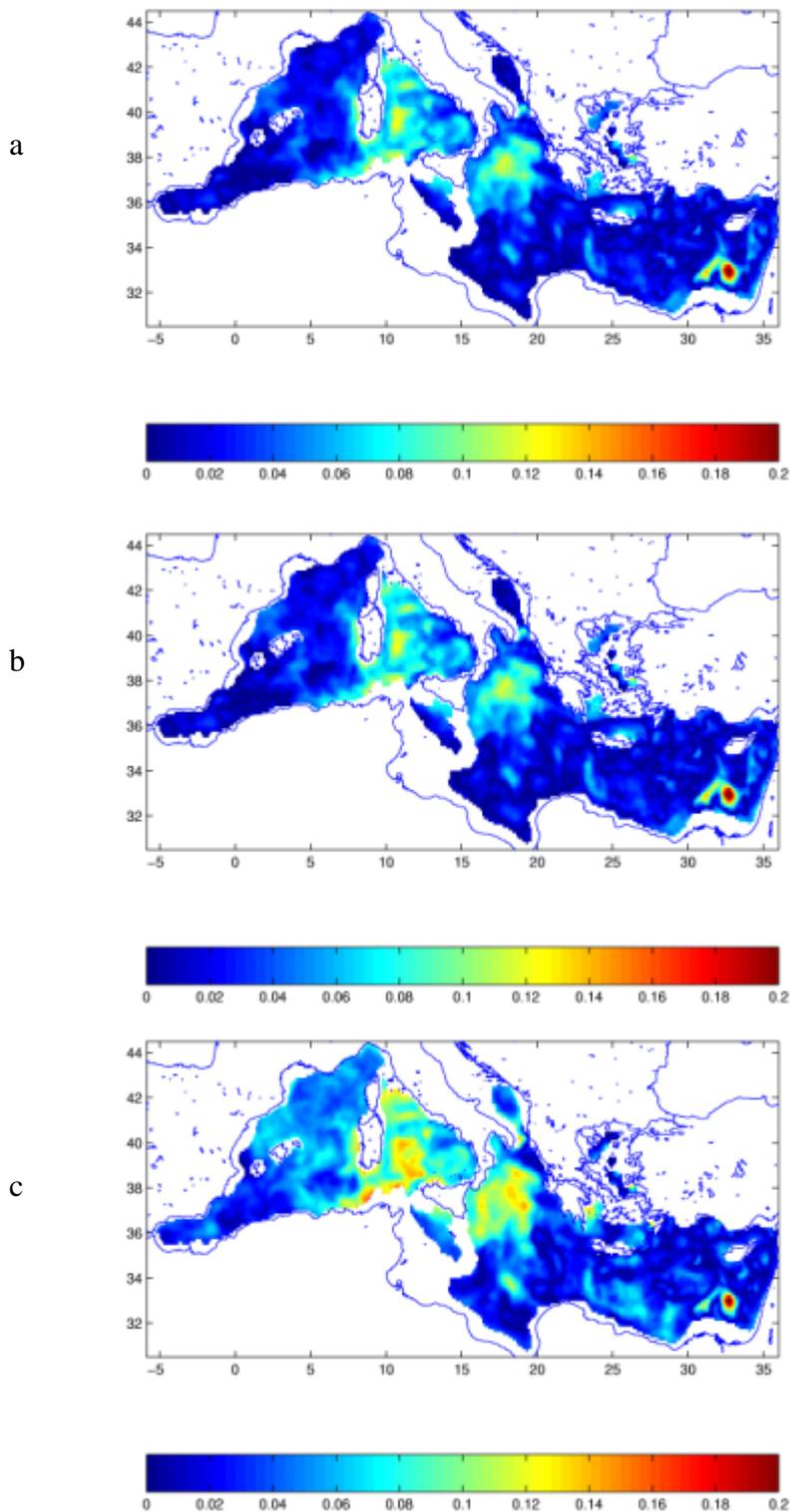


Figura 4-27 Mappe relative alla prima EOF di temperatura (degC) ad una profondità di 360 metri. Le EOFs sono calcolate con la sottrazione: a) della media del periodo di studio, b) della climatologia mensile, c) della climatologia annuale.

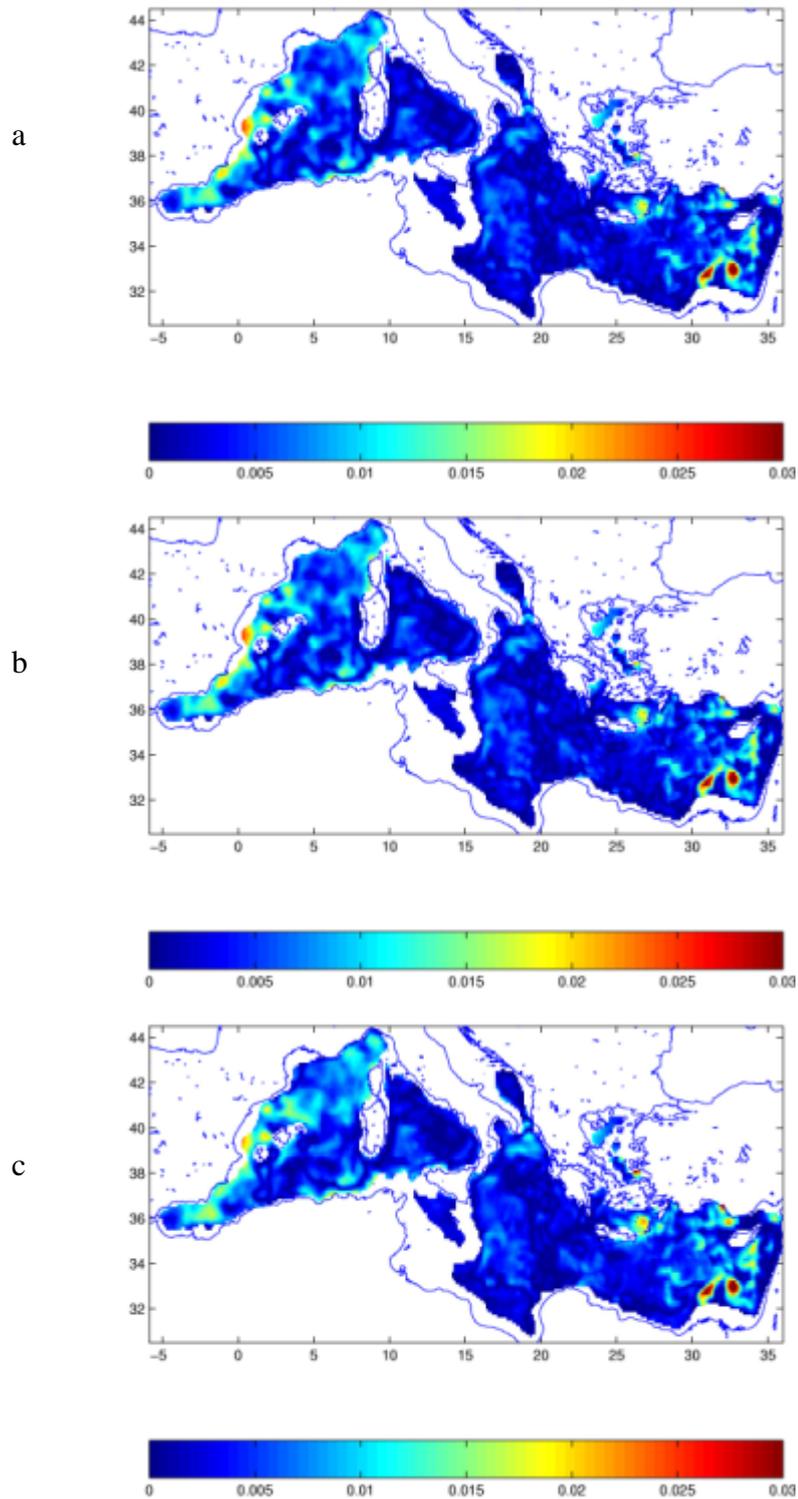


Figura 4-28 Mappe relative alla prima EOF di salinità (psu) ad una profondità di 30 metri. Le EOFs sono calcolate con la sottrazione: a) della media del periodo di studio, b) della climatologia mensile, c) della climatologia annuale.

Le trivariate generano EOFs anche per l'anomalie di superficie libera e quindi in figura 4-29 si mostra anche l'ampiezza della prima EOF per il livello del mare.

Esaminando le mappe della prima EOF trivariata, si nota che le strutture incontrate nelle bivariata, rimangono pressoché immutate; ciò significa che la matrice di correlazione non viene molto influenzata dalla presenza della SLA. Questa somiglianza si riscontra sia per la temperatura che la salinità a qualsiasi livello di profondità. Vista la somiglianza, le considerazioni fatte in precedenza per le mappe bivariata valgono anche per quelle trivariate.

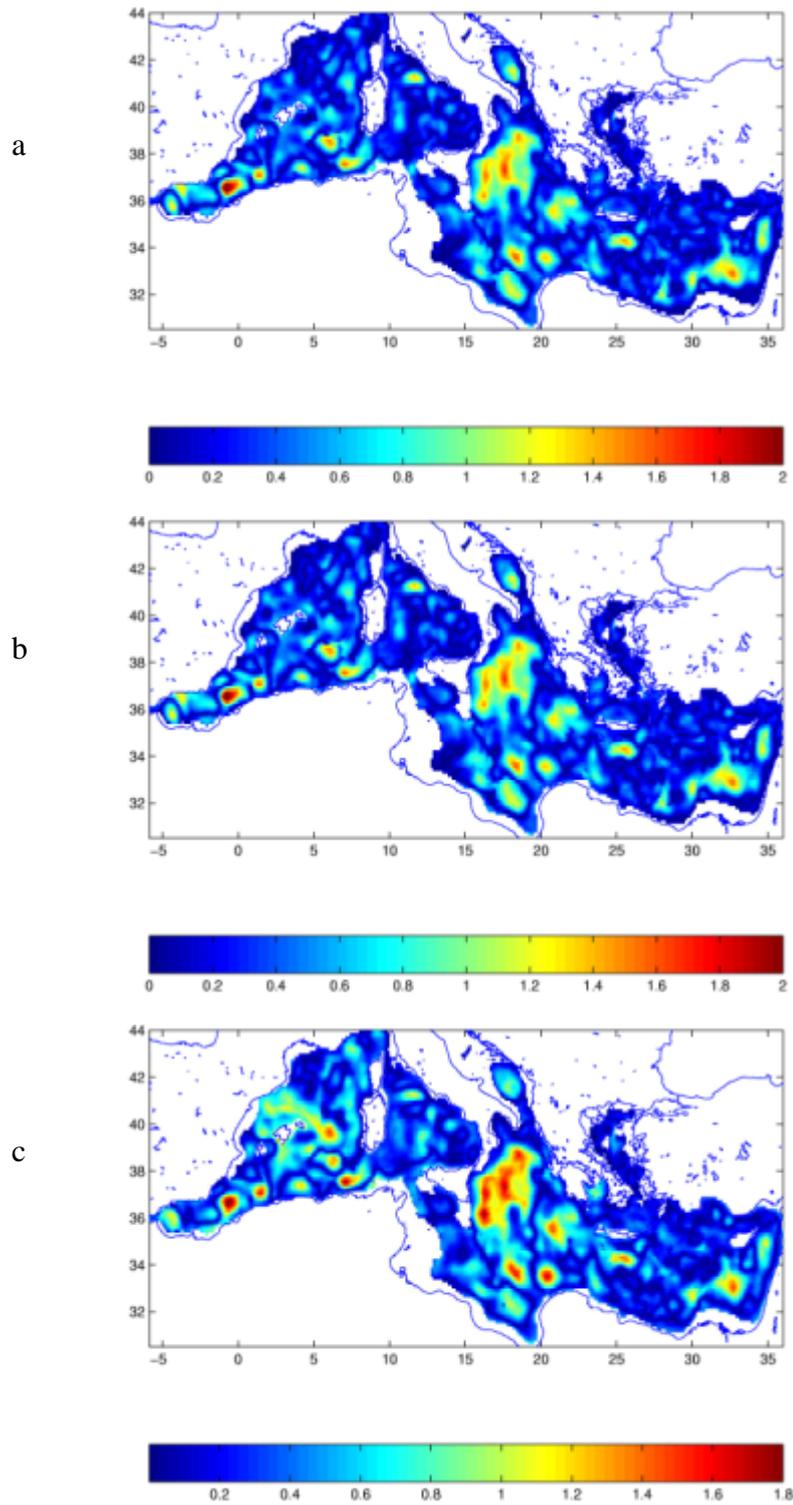


Figura 4-29 Mappe relative alla prima EOF di SLA (cm). Le EOFs sono calcolate con la sottrazione: a) della media del periodo di studio, b) della climatologia mensile, c) della climatologia annuale.

Una differenza tra le EOF trivariate e quelle bivariate è la percentuale di varianza spiegata relativa dalla prima EOF (fig: 4-30) che sembra diminuire leggermente nelle trivariate rispetto alle bivariate.

Questo andamento le si può riscontrare anche nelle tabelle di PVE per i punti di figura 2-1 (Tabelle 4-6/4-10). Inoltre sembra che il secondo modo assuma una importanza relativa maggiore, poiché, in tutti e cinque i casi, aumenta il valore della PVE.

La stessa cosa accade anche ai modi più alti, nonostante mantengano una percentuale di varianza spiegata relativamente bassa se confrontati con il primo.

E' ancora presente una leggera diminuzione di PVE per i modi più bassi procedendo verso est. Sembra, quindi, mantenersi la tendenza a dover tenere più modi per il bacino orientale rispetto a quello occidentale, per raggiungere la stessa percentuale di varianza spiegata.

Nelle figure 4-14 si riscontra, ancora una volta, come per le EOFs bivariate, l'aumento di percentuale di varianza spiegata, procedendo da EOFs calcolate con la sottrazione della media del periodo di studio, verso quelle calcolate con la sottrazione della media annuale. La tendenza potrebbe essere sintomo di un aumento della variabilità, attribuibile al ciclo stagionale, catturata dalle EOFs "annuali".

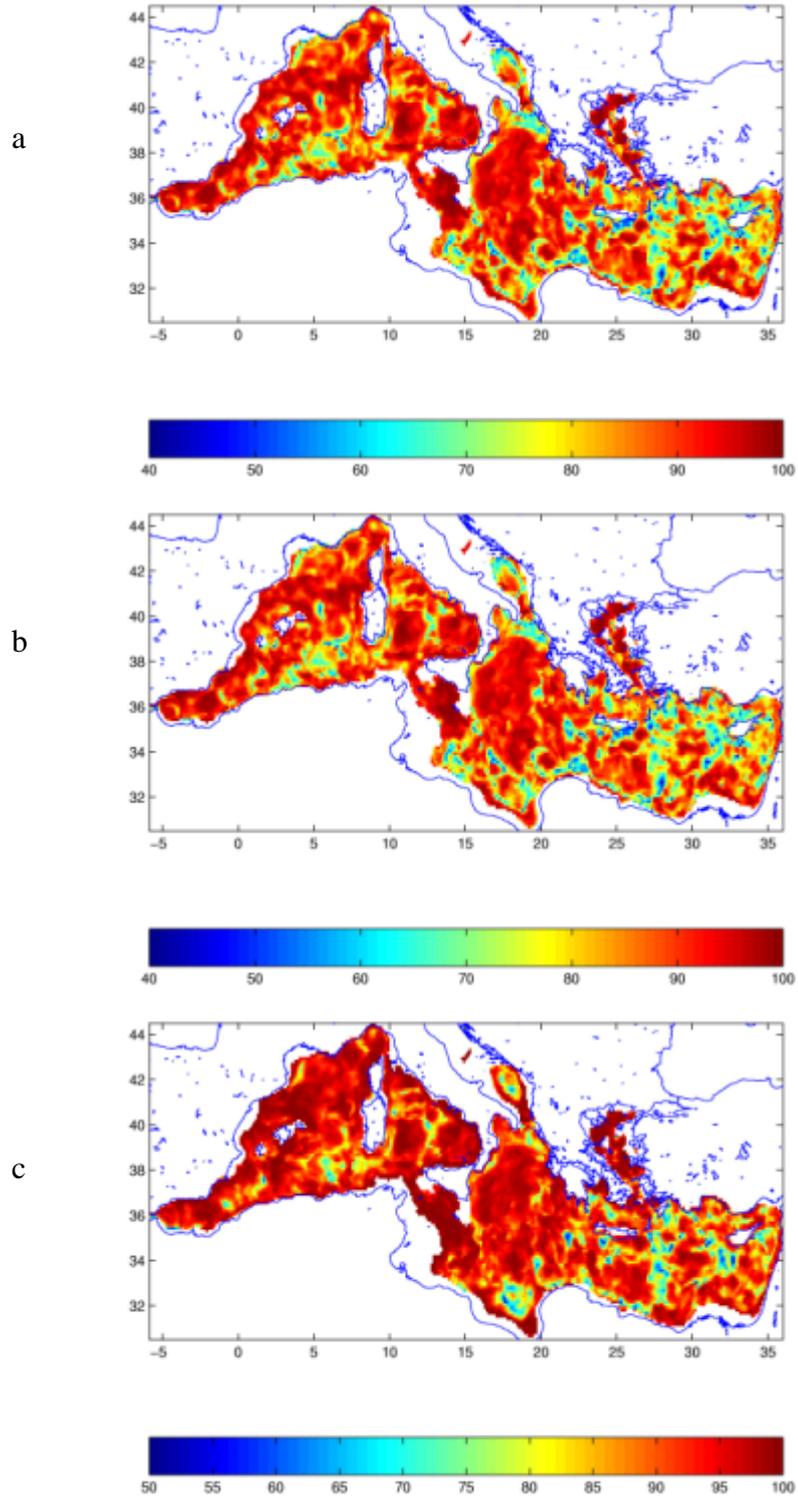


Figura 4-30 Percentuale di varianza spiegata riferita alla prima EOFs trivariate.

Per quel che riguarda i profili di EOFs verticali per i punti di figura 2-1, i risultati sono presentati in Appendice C visto che non sono molto differenti a quelli presentati per le EOF bivariate. Questo punto rimane da approfondire nel lavoro che seguirà quello della tesi.

Infine si mostrano i risultati ottenuti dalla ricostruzione dei dati iniziali sfruttando le prime due EOFs trivariate. Dalle mappe di temperatura si nota che l'errore maggiore è associato ai primi metri di colonna d'acqua, come ci si poteva aspettare in quanto la variabilità è più alta a questo livello e quindi l'errore più grande.

L'errore maggiore nella temperatura e nella zona superficiale (fig: 4-20/4-21) è dato dalla ricostruzione fatta con EOFs da anomalie annuali anche in questo caso probabilmente perché il segnale è più grande per queste ultime. Per quel che riguarda le salinità invece, l'errore sembra non essere molto influenzato dal tipo di anomalia usata. La superficie libera mostra un errore molto elevato, ma anche in questo caso indipendente dal tipo di media usata per l'anomalia.

Esaminando in generale tutte le figure sembra che due EOFs siano in grado di ricostruire gran parte del segnale, ma in via abbastanza generale. Per catturare la variabilità di fenomeni a piccola scala è probabilmente necessario prendere più EOFs.

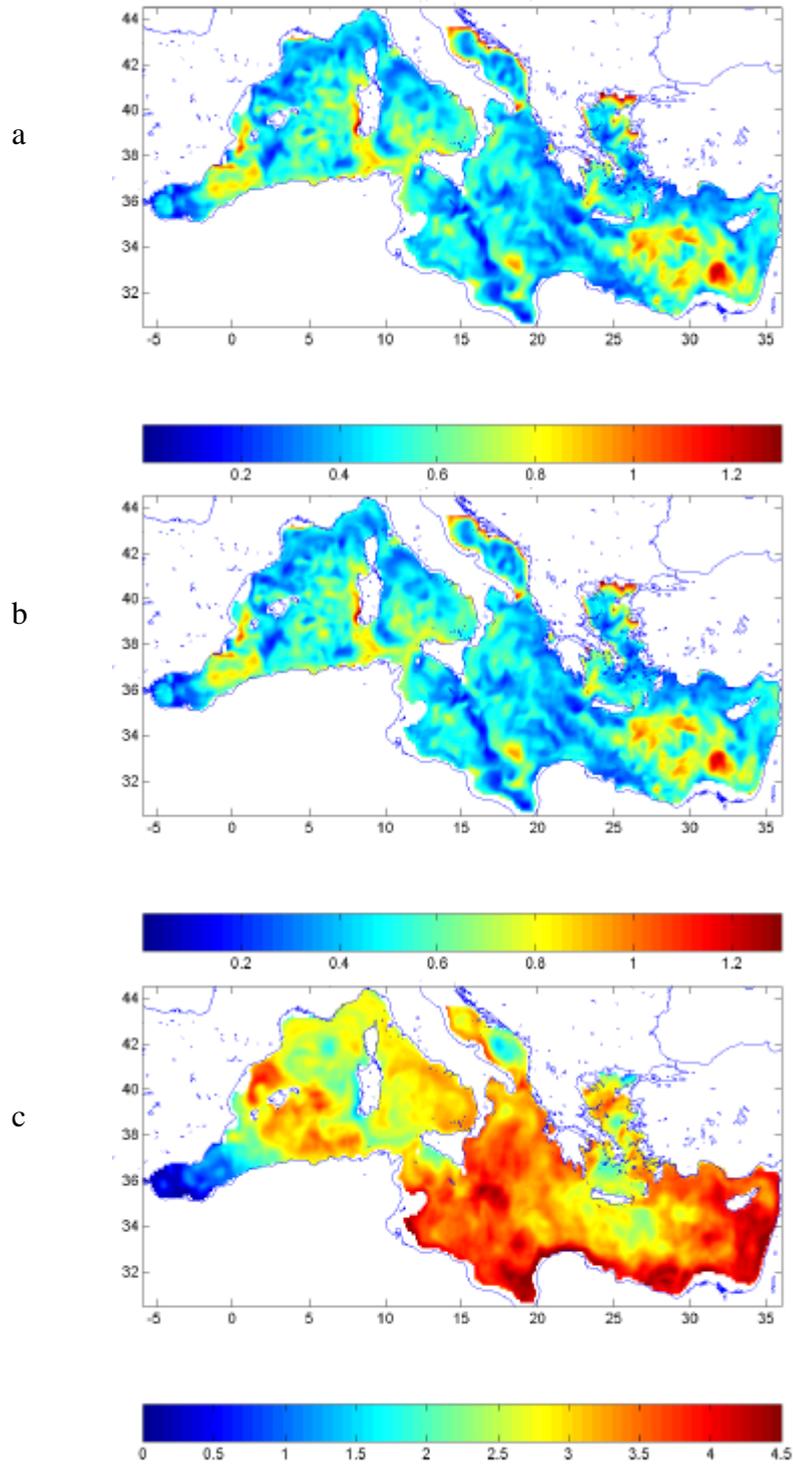


Figura 4-31 Mappe riguardanti l'errore medio associate alla ricostruzione delle temperature (degC) con le prime due EOFs, alla profondità di 30 metri, per il periodo dal 4/4/2000-2/5/2000.

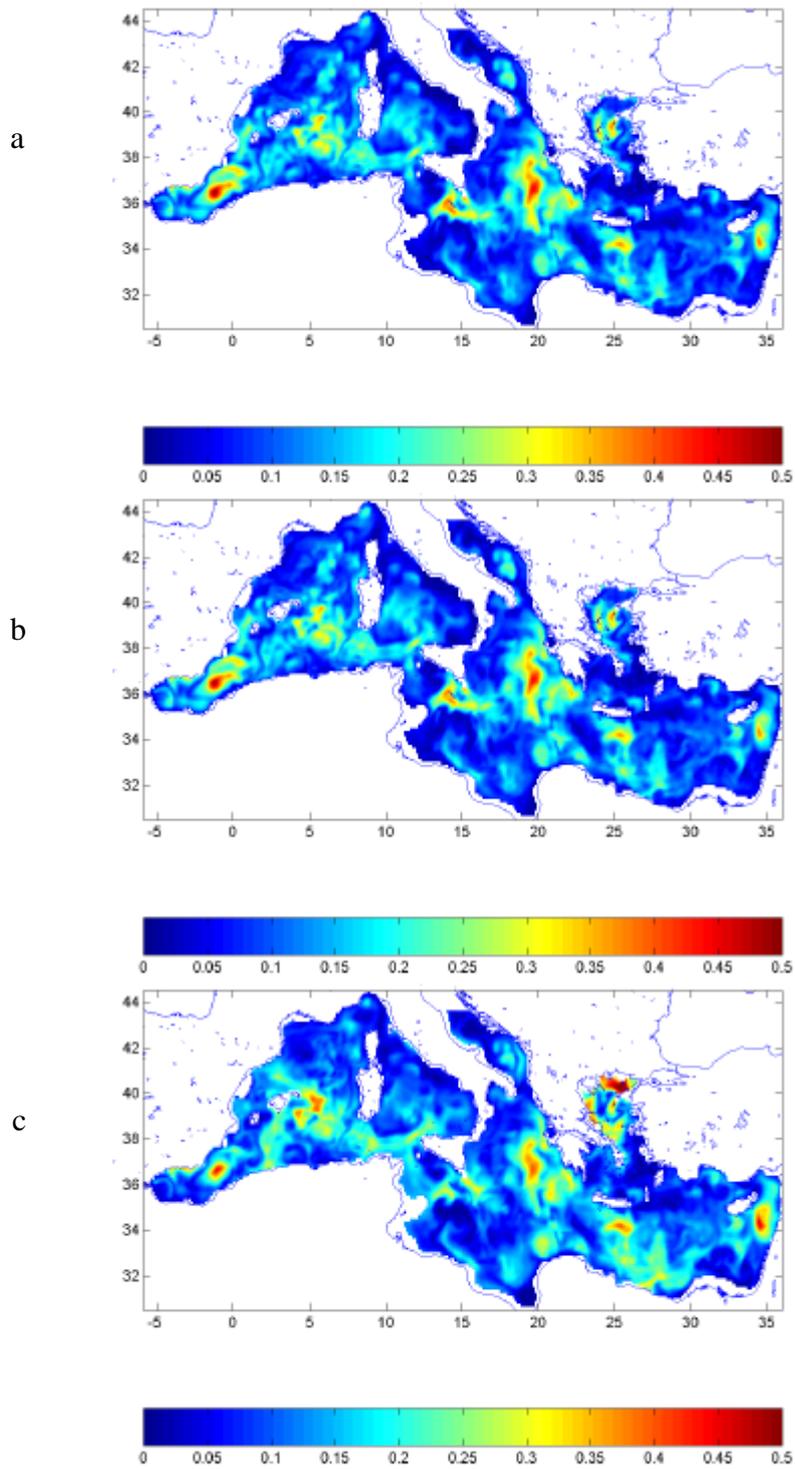


Figura 4-32 Mappe riguardanti l'errore medio associate alla ricostruzione delle salinità (psu) con le prime due EOFs, alla profondità di 30 metri, per il periodo dal 4/4/2000-2/5/2000.

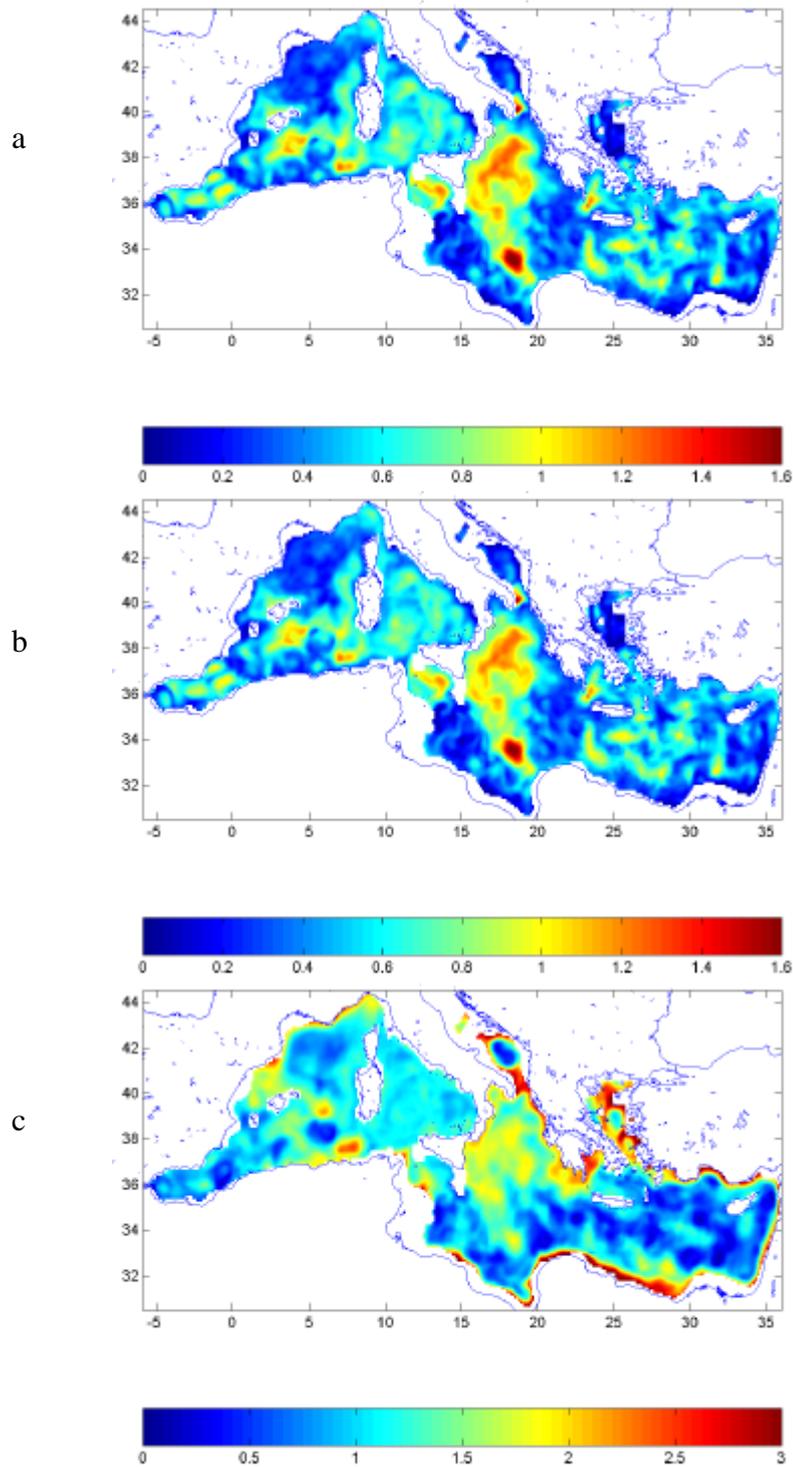


Figura 4-33 Mappe riguardanti l'errore medio associate alla ricostruzione delle temperature (degC) con le prime due EOFs, alla profondità di 120 metri, per il periodo dal 4/4/2000-2/5/2000.

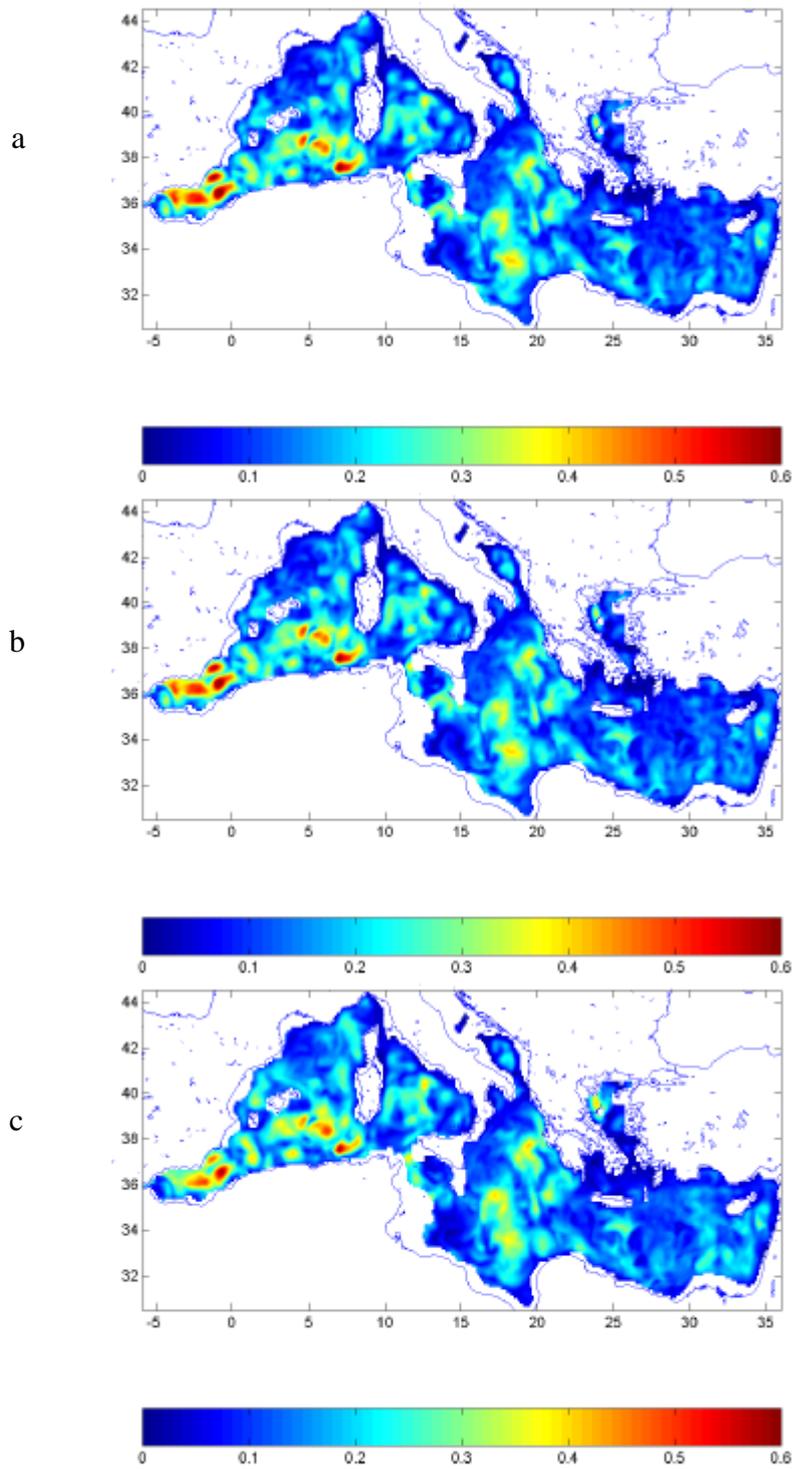


Figura 4-34 Mappe riguardanti l'errore medio associate alla ricostruzione delle salinità (psu) con le prime due EOFs, alla profondità di 120 metri, per il periodo dal 4/4/2000-2/5/2000.

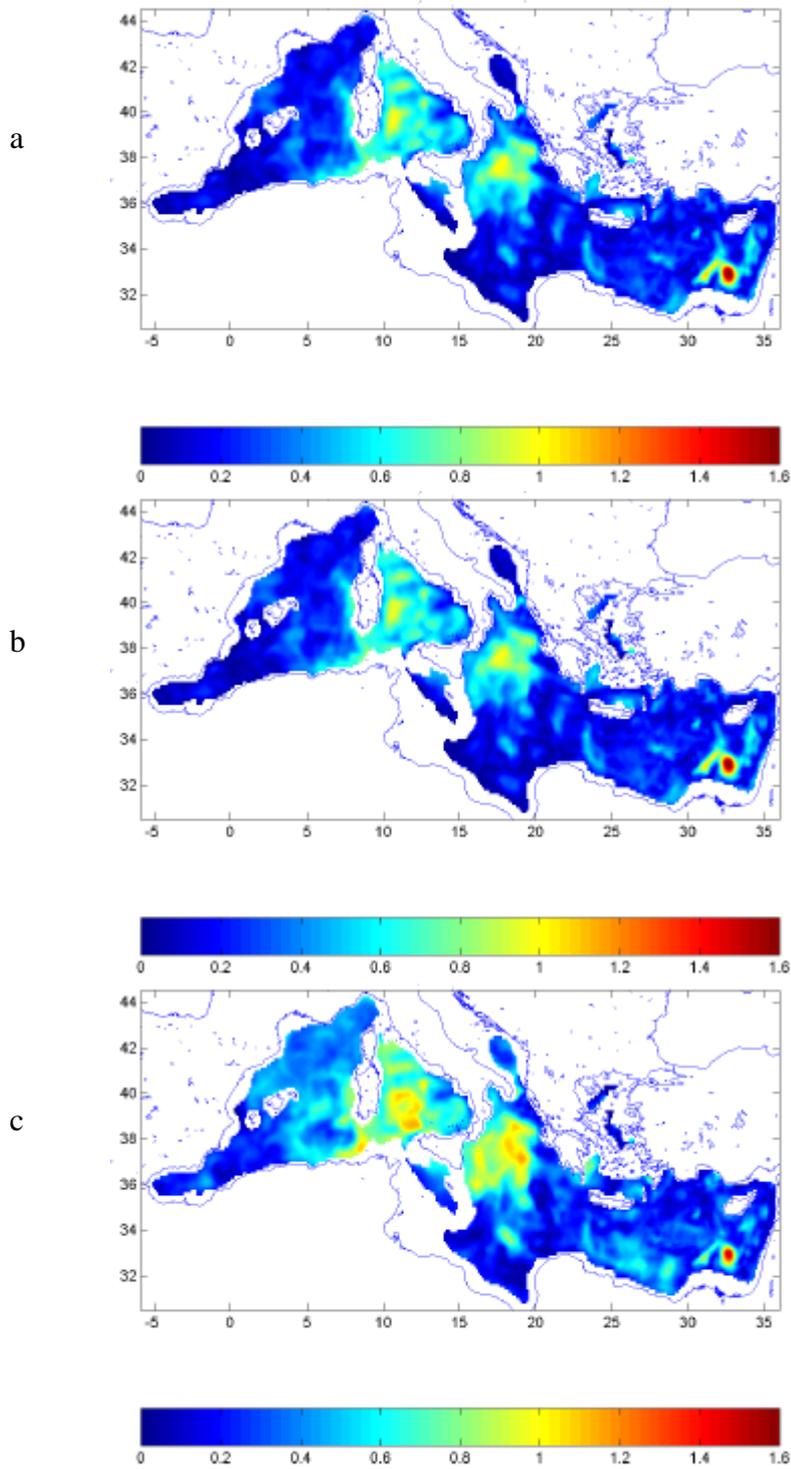


Figura 4-35 Mappe riguardanti l'errore medio associate alla ricostruzione delle temperature (degC) con le prime due EOFs, alla profondità di 360 metri, per il periodo dal 4/4/2000-2/5/2000.

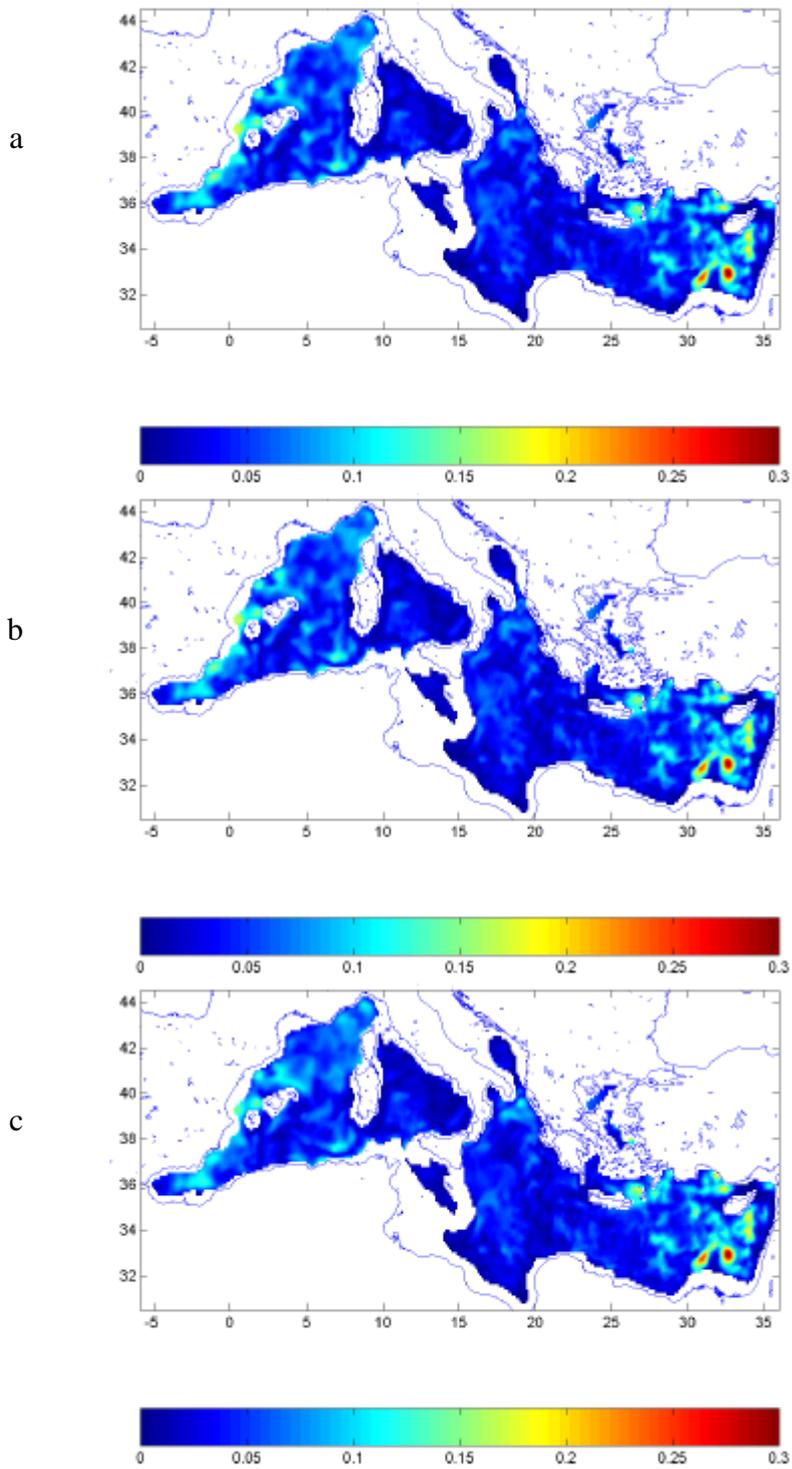


Figura 4-36 Mappe riguardanti l'errore medio associate alla ricostruzione delle salinità (psu) con le prime due EOFs, alla profondità di 360 metri, per il periodo dal 4/4/2000-2/5/2000.

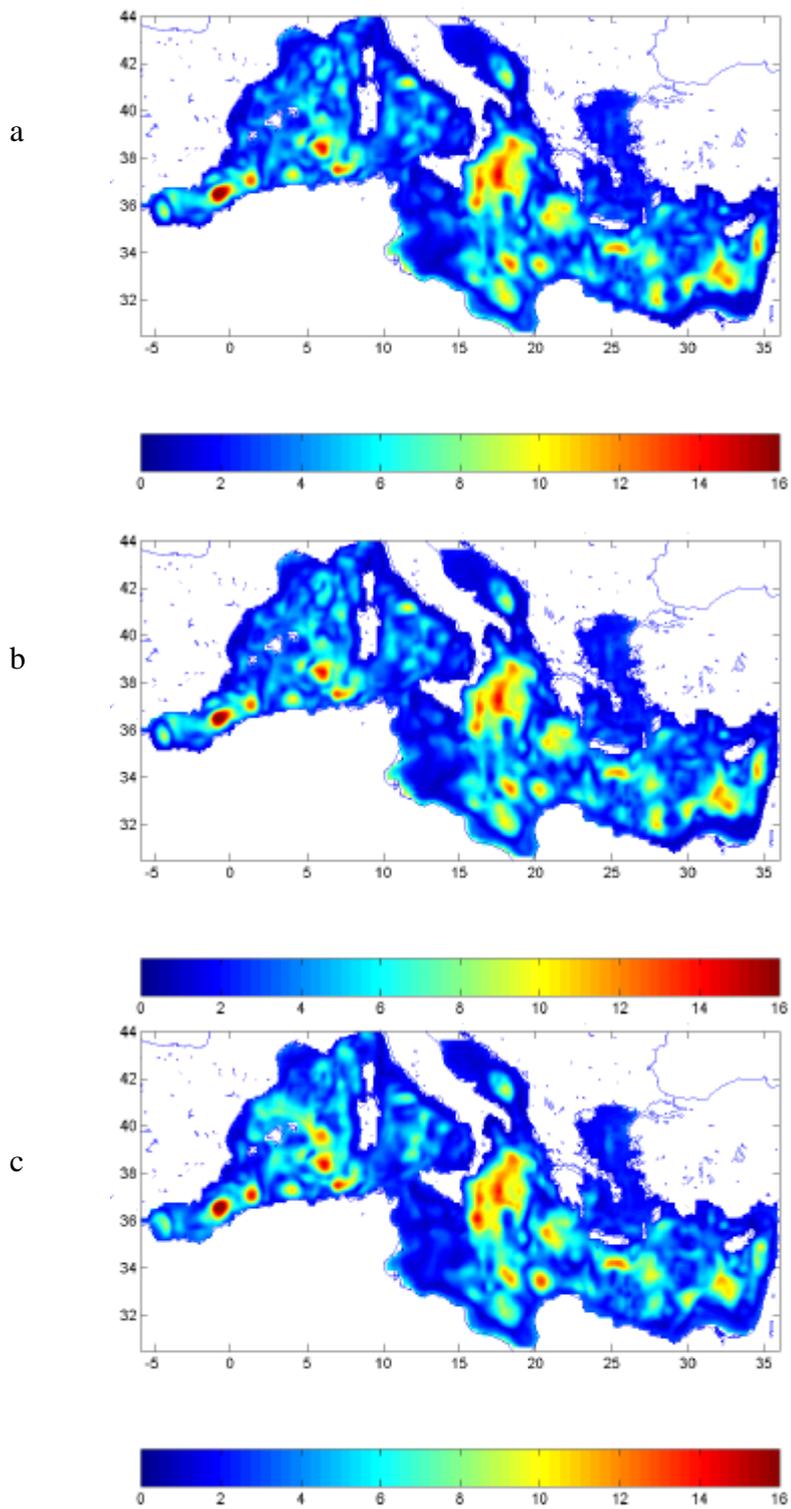


Figura 4-37 Mappe riguardanti l'errore medio associate alla ricostruzione dell'anomalia di superficie libera (cm) con le prime due EOFs, per il periodo dal 4/4/2000-2/5/2000.

Capitolo

Conclusioni

Questa tesi si propone d'identificare il numero "ottimale" di EOFs verticali per descrivere le masse d'acqua del termocline superficiale nel Mediterraneo. Con "ottimale" s'intende il numero minore possibile di modi in grado di catturare la varianza associata ai cambiamenti stagionali, interannuali e alla mesoscala.

Questa conoscenza è alla base della corretta assimilazione dei dati con lo schema d'interpolazione ottimale usato nel progetto MFSPP (Pinardi et al., 2002, Demirov et al., 2002).

È stato dimostrato che la maggior parte della variabilità termocline è associata agli strati più superficiali, normalmente occupati dalla MAW, e negli strati intermedi, dove si colloca la LIW. Molta di questa variabilità è associabile ai processi a scala stagionale, interannuale e di mesoscala.

Dai risultati mostrati nelle sezioni 3.2, per le EOFs univariate, ed in sezione 4.2.2 e 4.3.2, rispettivamente per EOFs bivariate e trivariate, si può certamente affermare che le EOFs sono sicuramente un utilissimo strumento per ridurre lo spazio nel quale processare le variabili, e quindi, diminuire il numero di gradi di libertà nel problema di assimilazione delle osservazioni. Questo è strettamente dipendente dal fatto che la maggior parte di varianza spiegata, solitamente più del 99%, risiede nei primi 5-6 modi. Naturalmente la PVE, a parità di modi presi in considerazione, diminuisce progressivamente all'aumentare del numero delle variabili correlate; di conseguenza è necessario considerare più EOFs, nel caso delle bivariate rispetto alle univariate, per ottenere la stessa PVE.

Poiché si vuole catturare la variabilità associata alle masse d'acqua, che sono caratterizzate da precisi rapporti di temperatura e salinità, è molto probabile che le EOFs bivariate siano le più adatte ad

assimilare profili di temperatura perché possiedono anche l'informazione relativa alla variabilità combinata dei due campi.

Per quel che riguarda le EOFs trivariate si vuole ricordare che il problema si pone nel momento in cui le osservazioni da assimilare sono i dati di anomalia di livello del mare misurati da satellite. La superficie libera del modello è una quantità diagnostica e quindi, assimilando osservazioni di questa variabile, si deve necessariamente pensare anche di modificare i campi di temperatura e salinità che sottendono alla variabilità della superficie libera. Per la superficie libera, è necessario quindi considerare EOFs trivariate o quadrivariate (non calcolate in questa tesi) in quanto, pur essendo l'osservazione diretta fatta sul livello del mare, le quantità da assimilare sono temperatura e salinità.

In questa tesi si sono calcolate solo le EOFs trivariate tra l'anomalia della superficie libera, la temperatura e la salinità. Il risultato fondamentale è che, per il periodo di studio e qualsiasi media sottratta, i modi verticali di temperatura e salinità sono praticamente identici per il caso bivariato e quello trivariato. Matematicamente questo risultato si spiega sulla base della considerazione che la matrice dei dati, e quella di covarianza di conseguenza, vedono solo l'aggiunta di una riga di informazione (vedi capitolo 4) e quindi la matrice è dominata dai modi di covarianza di temperatura e salinità. L'interpretazione fisica di questo risultato non è facile ed è necessario compiere ulteriori analisi e approfondimenti.

Le EOFs bivariate rimangono, per il momento, la miglior scelta possibile, anche se, come spiegato in precedenza, è necessario trovare il modo ottimale per calcolare le trivariate. Si deve, in altre parole trovare un modo di fare 'pesare' di più nella matrice di covarianza l'informazione che i modi di temperatura e di salinità devono avere un corrispettivo nell'informazione vista da satellite, sulla superficie libera.

Ora è necessario fare una ulteriore considerazione per quel che riguarda le medie sottratte nel calcolo delle anomalie, alla base della

matrice dati che si usa per determinare le EOFs. Si è visto dall'analisi dei risultati che le EOFs cambiano abbastanza radicalmente in funzione del tipo di anomalia che si va a studiare (annuale, mensile, sottrazione media del periodo di studio). Si può affermare con un certo livello di certezza che le EOFs calcolate con le anomalie annuali catturano la varianza delle scale stagionali, le EOFs calcolate da climatologie mensili, invece, possiedono gran parte dell'informazione inerente la variabilità interannuale e un po' di quella di mesoscala. Le più adatte ai nostri scopi risultano probabilmente essere le EOFs calcolate con la sottrazione della media del periodo di studio, poiché hanno l'informazione della variabilità a piccole scale temporali (mesoscala), che è quella che vogliamo catturare.

Per quel che riguarda gli impegni futuri, sarebbe interessante implementare un modello di assimilazione che, ogni mese, con i dati del mese precedente, calcoli le EOFs da utilizzare per il mese successivo e che, in maniera dinamica, calcolasse il numero di EOFs da prendere in considerazione; questo per ogni punto griglia, in funzione della percentuale di varianza spiegata che precedentemente si è deciso di ottenere.

Appendice A

Decomposizione in valori singolari (SVD)

La decomposizione in valori singolari è una potente tecnica algebrica che serve per decomporre una matrice qualsiasi in matrici ortogonali, e in pratica può essere vista come una generalizzazione del processo di diagonalizzazione delle matrici quadrate (Golub, G., H., Van Loan, C., F., 1996).

Si immagini di avere una matrice A di dimensioni $m \times n$ (m colonne ed n righe) allora la possiamo scrivere come:

$$A = U \Sigma V^T \quad \text{A-1}$$

la matrice U è una matrice ortogonale $m \times m$ ($U U^T = U^T U = I$), V è anch'essa ortogonale ma di dimensioni $n \times n$ ($V V^T = V^T V = I$), Σ è invece una matrice diagonale rettangolare $m \times n$ definita come

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{\min(m,n)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{A-2}$$

dove i valori singolari $\sigma_1, \dots, \sigma_{\min(m,n)}$ sono numeri non negativi ordinati in senso decrescente (Golub, G., H., Van Loan, C., F., 1996).

Da qui è facile dimostrare che le colonne di U sono gli autovettori della matrice di covarianza $A A^T$ mentre i valori singolari corrispondono alla radice quadrata degli autovalori. Infatti:

$$A A^T = U \Sigma V^T V \Sigma^T U^T \quad \text{A-3}$$

da cui, ricordando che il $V^T V = I$:

$$A A^T = U \Sigma \Sigma^T U^T \quad \text{A-4}$$

Si può constatare che per una matrice ortogonale come U è valida l'uguaglianza:

$$U^T = U^{-1} \quad \text{A-5}$$

Si è così dimostrato che le colonne di U , chiamate anche vettori singolari sinistri, sono gli autovettori della matrice di covarianza AA^T , mentre, le colonne di V , vettori singolari destri, sono gli autovettori della matrice di covarianza $A^T A$.

Le stesse equazioni le possiamo scrivere anche in forma non matriciale:

$$A = \sum_{i=1}^{\min(m,n)} \sigma_i \bar{u}_i \bar{v}_i^T \quad \text{A-6}$$

da cui: $A\bar{v}_i = \sigma_i \bar{u}_i$ e $A^T \bar{u}_i = \sigma_i \bar{v}_i$ con $i=1 \dots \min(m,n)$. Attraverso alcuni passaggi di algebra lineare si può mostrare che :

$$AA^T \bar{v}_i = \sigma_i A^T \bar{u}_i = \sigma_i^2 \bar{v}_i \quad \text{A-7}$$

$$A^T A \bar{u}_i = \sigma_i A \bar{v}_i = \sigma_i^2 \bar{u}_i \quad \text{A-8}$$

Un aspetto molto interessante della SVD è il rapporto che la lega con il rango della matrice, infatti possiamo scrivere che se A è definita come sopra possiamo scrivere:

$$A_k = \sum_{i=1}^k \sigma_i \bar{u}_i \bar{v}_i^T \quad \text{A-9}$$

con $k < r = \text{rango di } A$ allora:

$$\|A - A_k\|_2 = \sigma_{k+1} \quad \text{A-10}$$

Questo teorema dice che il più piccolo valore singolare di A è la distanza in norma due di A rispetto ad un insieme di matrici di rango minore. In pratica i valori singolari indicano quanto è vicina una matrice data ad una matrice di rango minore (Golub, G., H., Van Loan, C., F., 1996).

Da ciò si può facilmente dedurre che ogni vettore di U contribuisce alla determinazione della varianza spiegata per una quantità pari al corrispettivo σ^2 ; quindi posso calcolare la percentuale di varianza spiegata per la prima EOF come :

$$PVE_i = \frac{\sigma_i^2}{\left(\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \right)} \times 100 \quad \text{A-11}$$

Una nota molto importante da sottolineare è che se le colonne della matrice A non sono tutte linearmente indipendenti, il numero di valori singolari, e quindi autovalori non sarà uguale al minimo fra m ed n ma sarà uguale a q con $q < \min(m, n)$.

Appendice B

Singolarità della matrice di correlazione nel caso della sottrazione della media dei dati stessi.

Sia $T = (t_{i,j})$ la matrice di dati, di dimensione $n \times m$, dove n è la lunghezza della serie temporale ($n = \text{giorni}$), ed m sono i dati raccolti a differenti livelli di profondità.

La matrice T sarà anche scritta come

$$T = [\bar{t}_1, \bar{t}_2, \dots, \bar{t}_m] \quad \text{B-1}$$

Sia \bar{T} la matrice $n \times m$ delle medie di T , cioè

$$\bar{T} = \bar{1} \bar{t}^T \quad \text{B-2}$$

dove $\bar{1}$ è il vettore di dimensione n di tutti 1, $\bar{t}^T = [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_m]$,

$$\tau_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_{i,k} .$$

Sia D la matrice diagonale

$$D = \text{diag}(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m) \quad \text{B-3}$$

dove ogni δ_k è la deviazione standard di ogni serie temporale \bar{t}_i dalla media, cioè

$$\delta_k = \frac{\sum_{i=1}^n (t_{i,j} - \tau_j)^2}{n} \quad k = 1, \dots, m. \quad \text{B-4}$$

Si definisca la matrice X come:

$$X = (T - \bar{T})D^{-1} \quad \text{B-5}$$

di dimensioni $n \times m$ e, ponendo $X = [x_1, x_2, \dots, x_m]$, le sue colonne sono date da

$$\bar{x}_k = \frac{1}{\delta_k} (\bar{t}_k - \bar{1} \tau_k) \quad \text{B-6}$$

La matrice X delle osservazioni standardizzate così definita è tale che le sue colonne abbiano norma euclidea uguale a \sqrt{n} , cioè $\|x_k\|^2 = n$, $k = 1, \dots, m$.

La matrice di correlazione ha dimensioni $m \times m$ ed è definita come:

$$C = \frac{1}{n} X^T X \quad \text{B-7}$$

Questa ha diagonale unitaria, essendo gli elementi di $X^T X$ nient'altro che $\|x_k\|^2$.

Se \bar{T} è calcolata come sopra, allora la matrice C è singolare, cioè ha almeno un autovalore zero. Infatti, si noti che $\bar{t} = \frac{1}{n} T^T \bar{1}$, da cui

$$\bar{T} = \bar{1} \bar{t}^T = \frac{1}{n} \bar{1} \bar{1}^T T, \text{ e quindi}$$

$$X = (T - \bar{T}) D^{-1} = \left(I - \frac{1}{n} \bar{1} \bar{1}^T \right) T D^{-1} \quad \text{B-8}$$

Da ciò si deduce che

$$C = \frac{1}{n} D^{-1} T^T \left(I - \frac{1}{n} \bar{1} \bar{1}^T \right)^2 T D^{-1} \quad \text{B-9}$$

Si noti che $\left(I - \frac{1}{n} \bar{1} \bar{1}^T \right)$ ha un autovalore zero, infatti $\left(I - \frac{1}{n} \bar{1} \bar{1}^T \right) \bar{1} = 0$, e quindi anche C è singolare.

Appendice C

Risultati EOFs trivariate

In questa sezione si mostreranno i grafici riguardanti le EOFs trivariate, calcolate, come al solito, con le anomalie annuali, mensili e con la sottrazione della media del periodo di studio.

Anche in questo caso i punti fanno riferimento alla figura 2-1.

Come si può ben vedere dalle figure di profili che seguono (fig: 7-1/7-15), la scala mostrata nelle ascisse presenta una doppia unità di misura. Infatti essa misura sia la variabilità dell'anomalia di superficie libera sia la variabilità della temperatura.

La scelta di associare, nella stessa immagine, le EOFs di temperatura e SLA, è stata indotta dal fatto che le variazioni di temperatura sono, mediamente, di un ordine di grandezza superiore rispetto a quelle di salinità. Quindi la variabilità della SLA, che è a sua volta maggiore di quella di temperatura, se fosse stata associata alla variabilità di salinità avrebbe appiattito il segnale della EOFs di salinità stessa, facendole apparire zero indistintamente per tutta la colonna d'acqua.

Anche per i profili di EOFs si riscontra una fortissima somiglianza fra bivariate e trivariate, sia nelle forme che assumono le EOFs (si ricordi che una EOF è completamente identica alla sua speculare rispetto allo zero) sia per i valori dei massimi. Tutte le considerazioni tratte nella sezione 4.2.2 rimangono quindi valide.

PUNTO 1			
Climatologia	Media dei 35 giorni	Climatologia mensile	Climatologia annuale
EOF1	51%	54%	58%
EOF2	25%	25%	26%
EOF3	11%	13%	10%
EOF4	6%	3%	3%
<i>Totale</i>	<i>93%</i>	<i>95%</i>	<i>97%</i>

Tabella 8-1 Percentuale di Varianza Spiegata riferita al punto 1 per i tre tipi di medie sottratte.

PUNTO 2			
Climatologia	Media dei 35 giorni	Climatologia mensile	Climatologia annuale
EOF1	53%	56%	71%
EOF2	30%	22%	13%
EOF3	9%	16%	11%
EOF4	4%	3%	2%
<i>Totale</i>	<i>96%</i>	<i>97%</i>	<i>97%</i>

Tabella 8-2 Percentuale di Varianza Spiegata riferita al punto 2 per i tre tipi di medie sottratte.

PUNTO 3			
Climatologia	Media dei 35 giorni	Climatologia mensile	Climatologia annuale
EOF1	53%	66%	70%
EOF2	27%	17%	17%
EOF3	11%	8%	5%
EOF4	8%	4%	4%
<i>Totale</i>	<i>99%</i>	<i>95%</i>	<i>96%</i>

Tabella 8-3 Percentuale di Varianza Spiegata riferita al punto 3 per i tre tipi di medie sottratte.

PUNTO 4			
Climatologia	Media dei 35 giorni	Climatologia mensile	Climatologia annuale
EOF1	50%	79%	85%
EOF2	21%	12%	8%
EOF3	12%	4%	4%
EOF4	9%	2%	1%
<i>Totale</i>	<i>92%</i>	<i>97%</i>	<i>98%</i>

Tabella 8-4 Percentuale di Varianza Spiegata riferita al punto 4 per i tre tipi di medie sottratte.

PUNTO 5			
Climatologia	Media dei 35 giorni	Climatologia mensile	Climatologia annuale
EOF1	48%	42%	41%
EOF2	19%	24%	27%
EOF3	16%	13%	13%
EOF4	10%	12%	11%
<i>Totale</i>	<i>93%</i>	<i>91%</i>	<i>92%</i>

Tabella 8-5 Percentuale di Varianza Spiegata riferita al punto 5 per i tre tipi di medie sottratte.

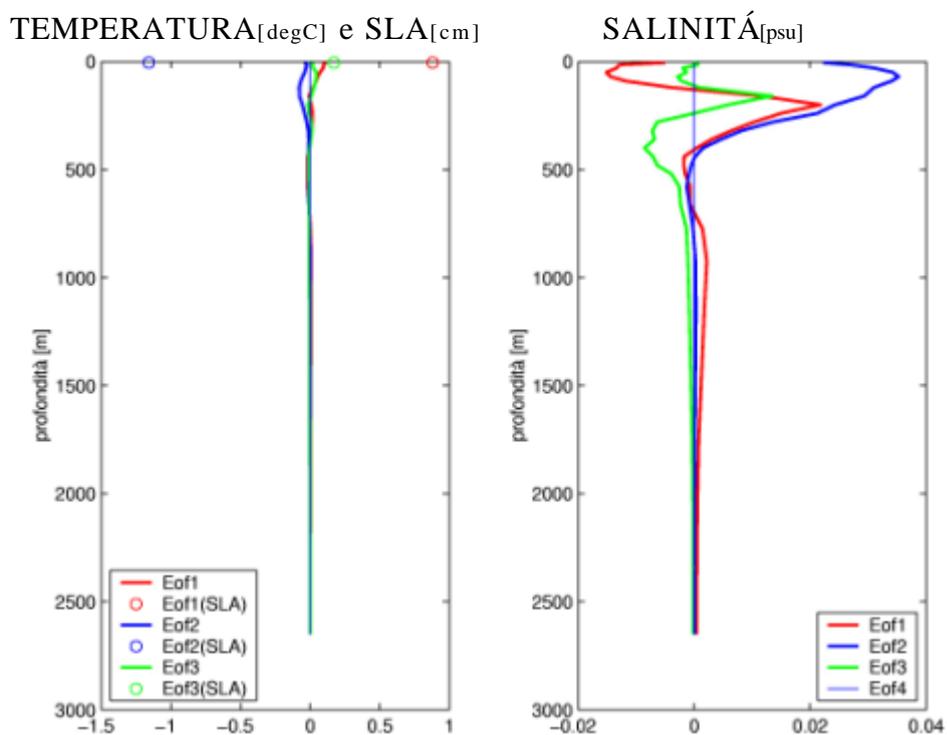


Figura 8-1 EOFs trivariate calcolate nel punto1. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con le media del periodo di studio.

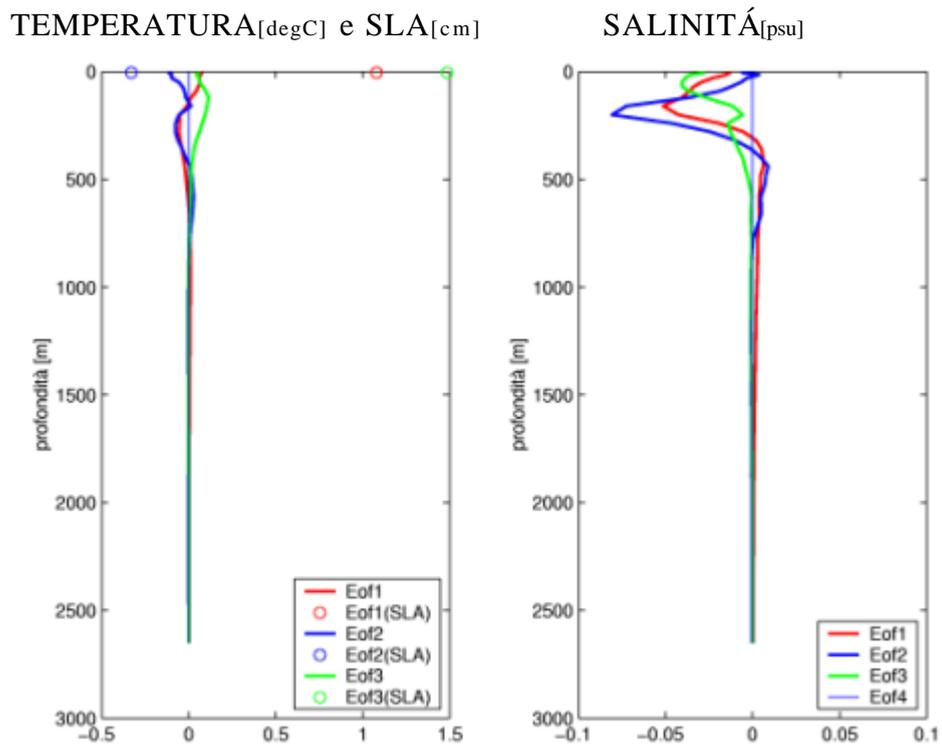


Figura 8-2 EOFs trivariate calcolate nel punto1. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con le climatologie mensili.

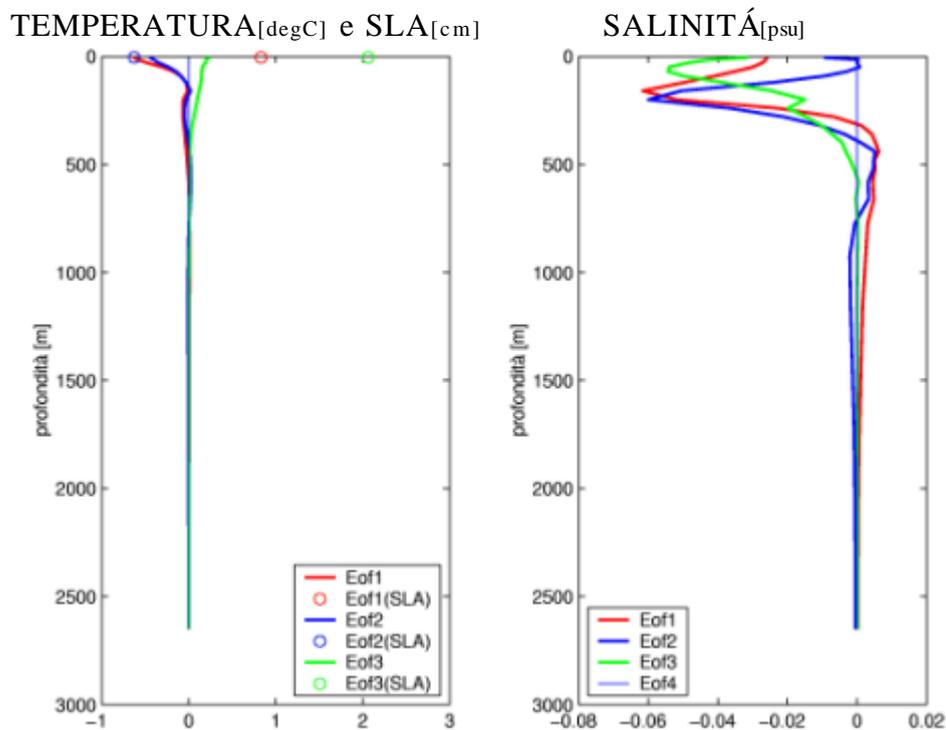
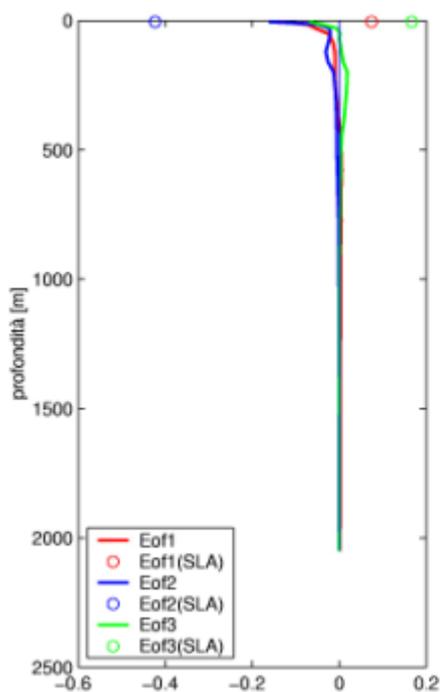


Figura 8-3 EOFs trivariate calcolate nel punto1. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con le climatologie annuali.

TEMPERATURA_[degC] e SLA_[cm]



SALINITÁ_[psu]

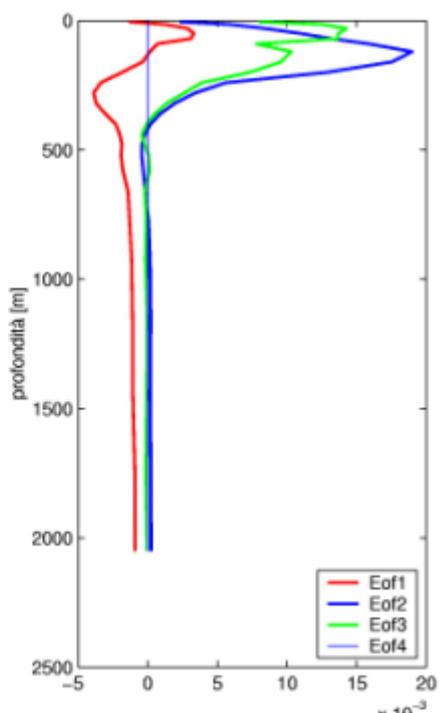
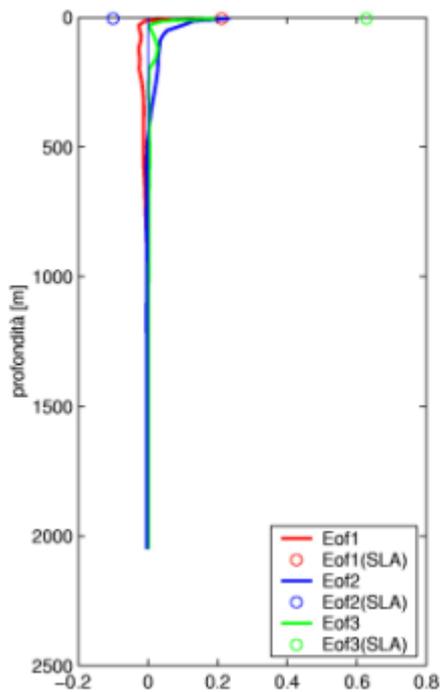


Figura 8-4 EOFs trivariate calcolate nel punto2. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la media del periodo di studio.

TEMPERATURA_[degC] e SLA_[cm]



SALINITÁ_[psu]

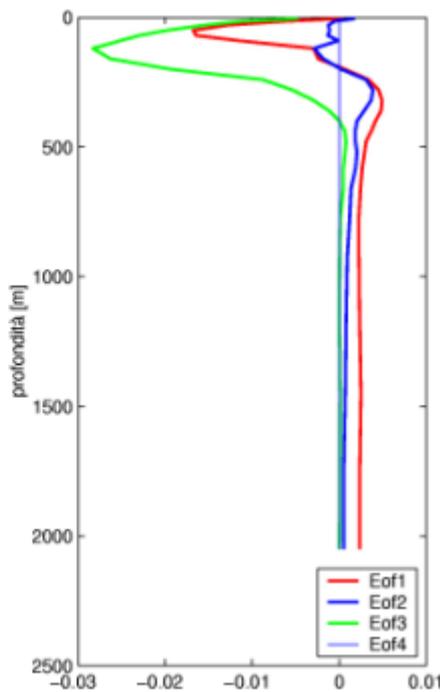


Figura 8-5 EOFs trivariate calcolate nel punto2. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la climatologia mensile.

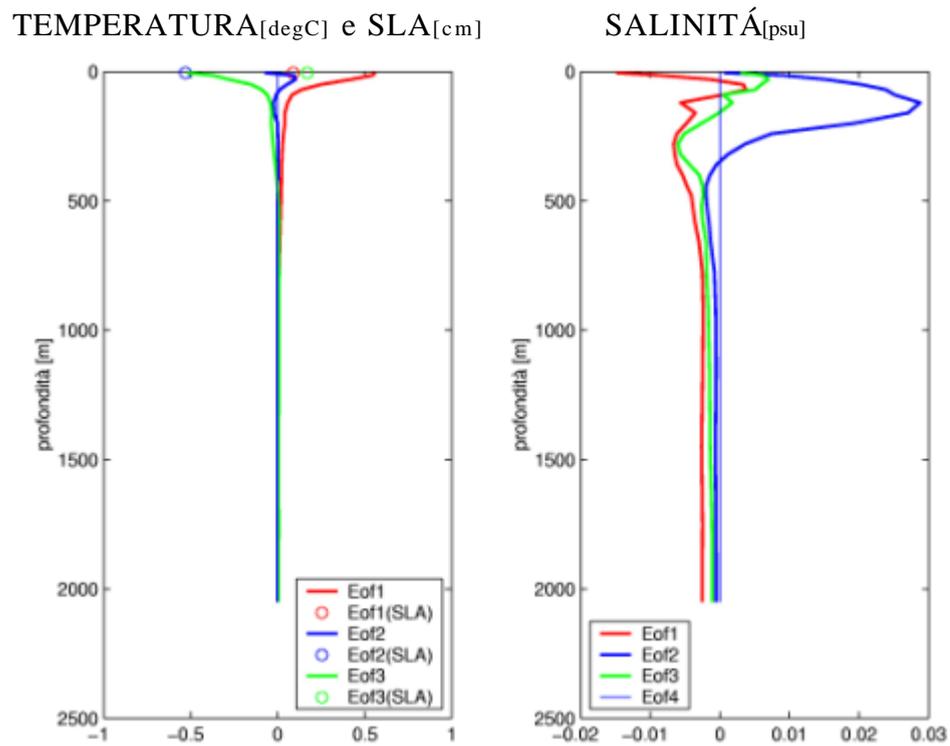


Figura 8-6 EOFs trivariate calcolate nel punto2. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la climatologia annuale.

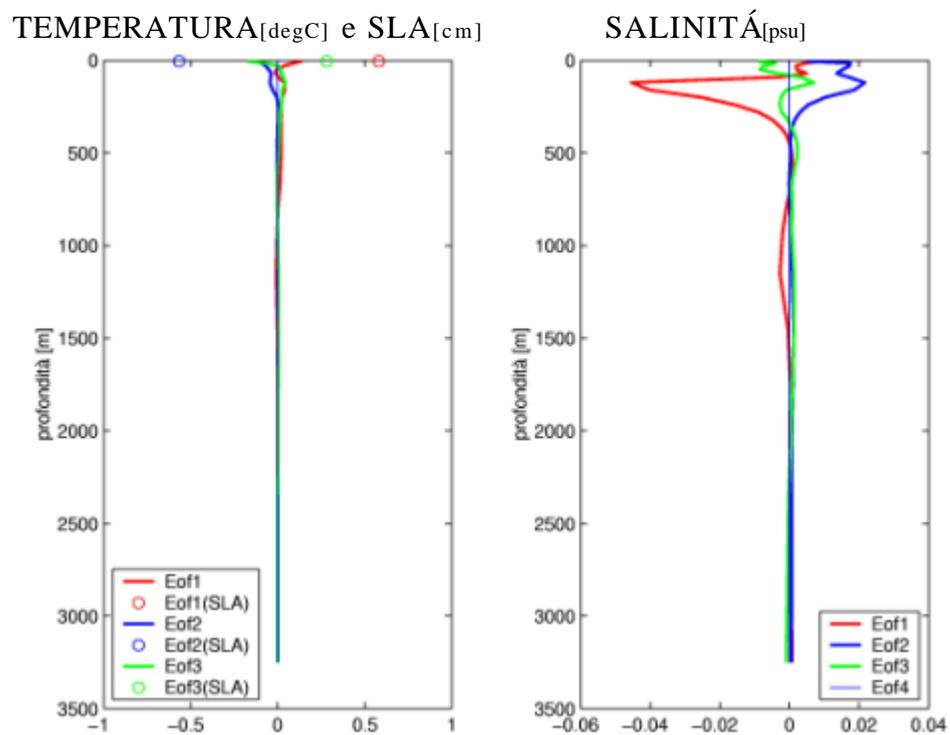


Figura 8-7 EOFs trivariate calcolate nel punto3. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la media del periodo di studio.

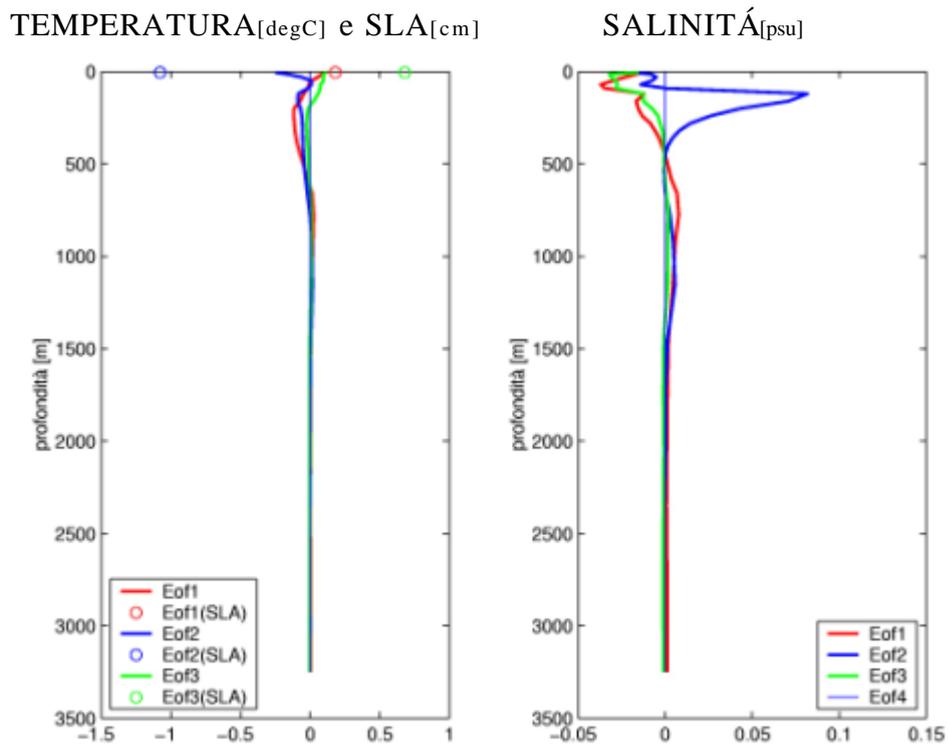


Figura 8-8 EOFs trivariate calcolate nel punto3. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la climatologia mensile.

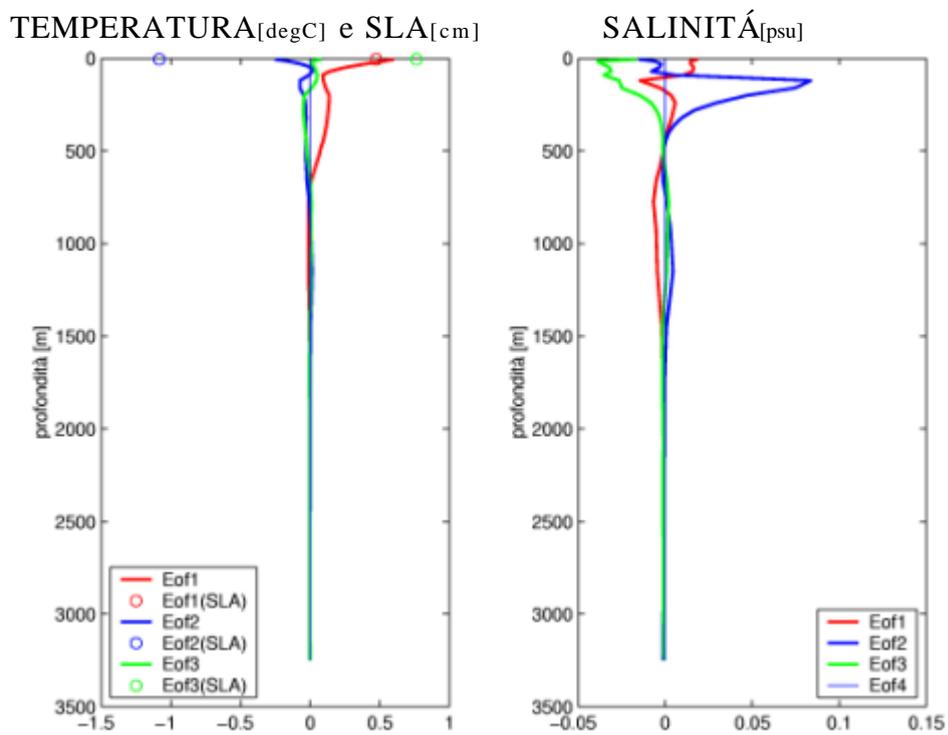
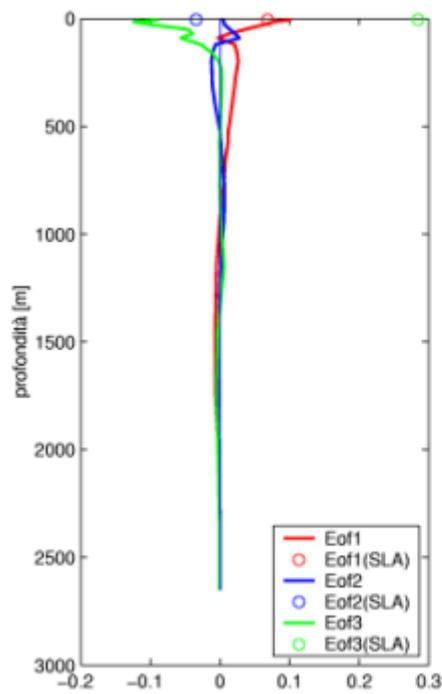


Figura 8-9 EOFs trivariate calcolate nel punto3. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la climatologia annuale.

TEMPERATURA_[degC] e SLA_[cm]



SALINITÀ_[psu]

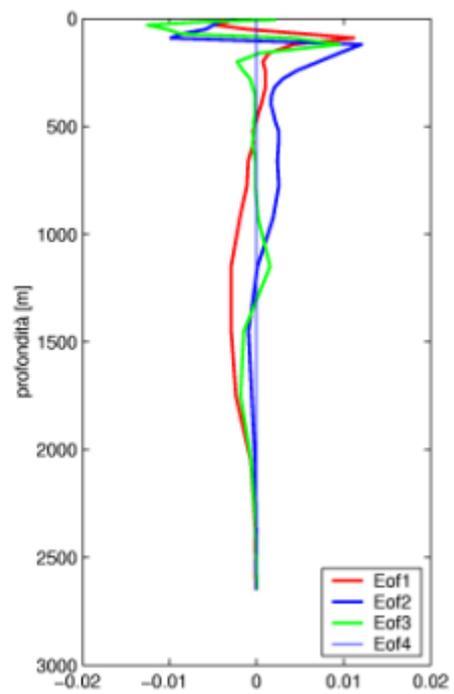
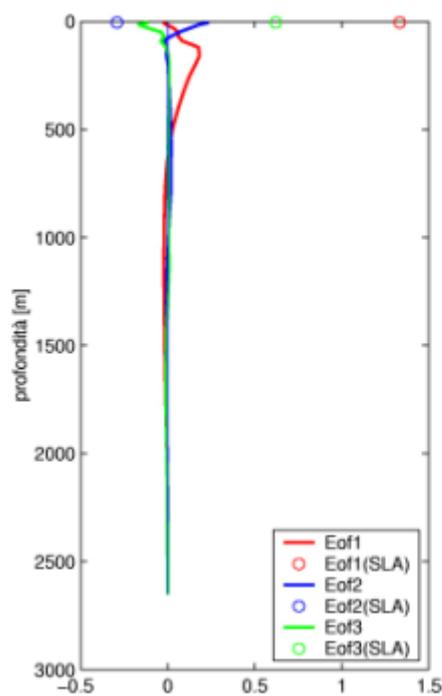


Figura 8-10 EOFs trivariate calcolate nel punto4. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la media del periodo di studio.

TEMPERATURA_[degC] e SLA_[cm]



SALINITÀ_[psu]

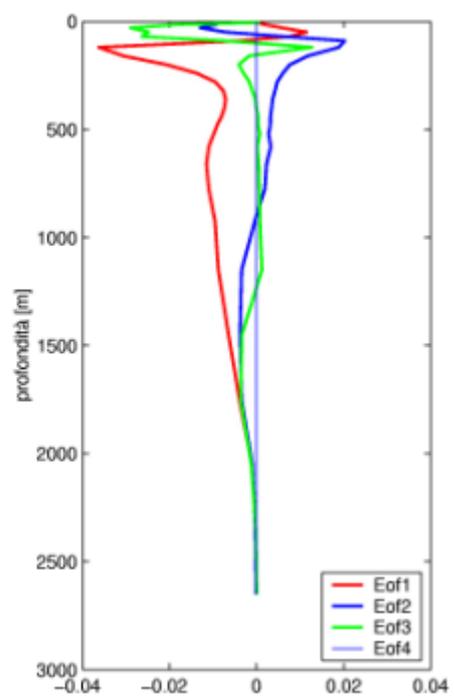
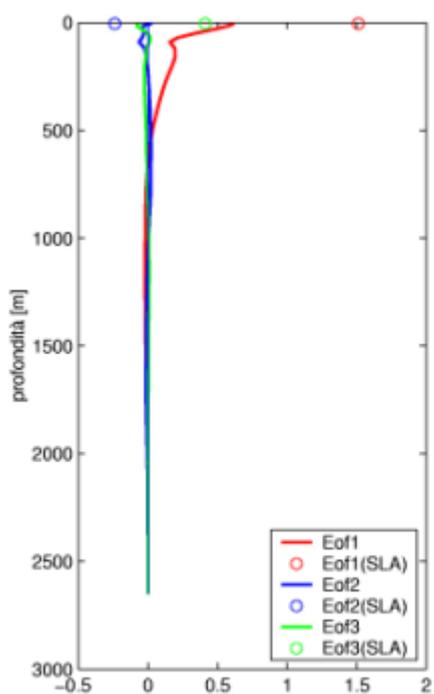


Figura 8-11 EOFs trivariate calcolate nel punto4. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la climatologia mensile.

TEMPERATURA_[degC] e SLA_[cm]



SALINITÁ_[psu]

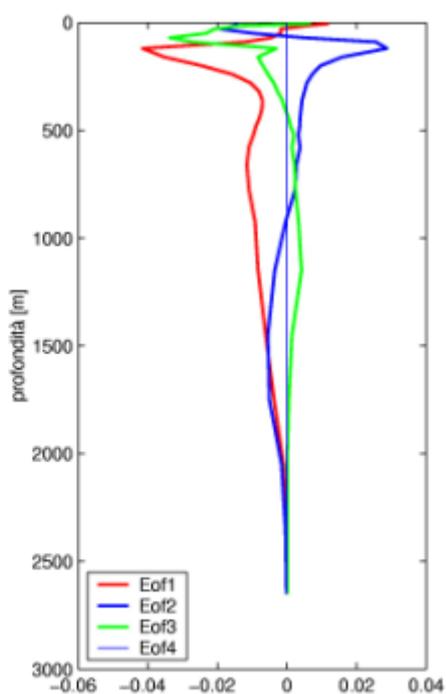
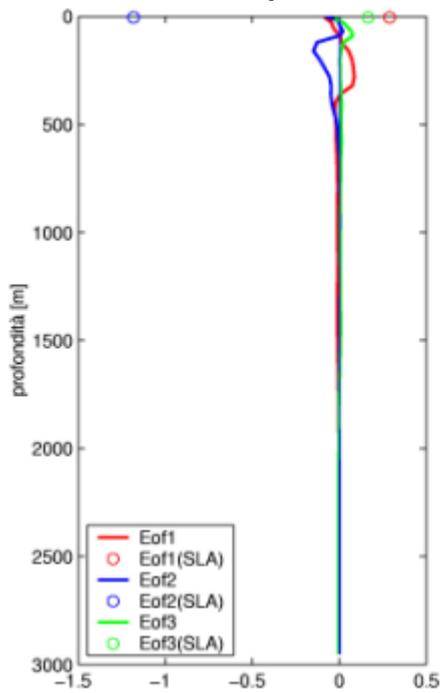


Figura 8-12 EOFs trivariate calcolate nel punto4. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la climatologia annuale.

TEMPERATURA_[degC] e SLA_[cm]



SALINITÁ_[psu]

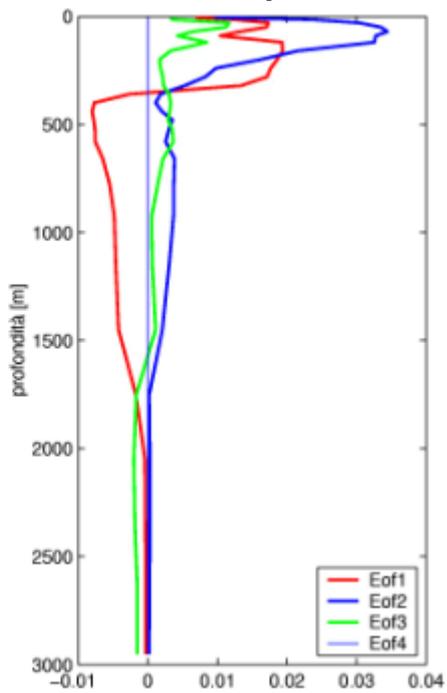
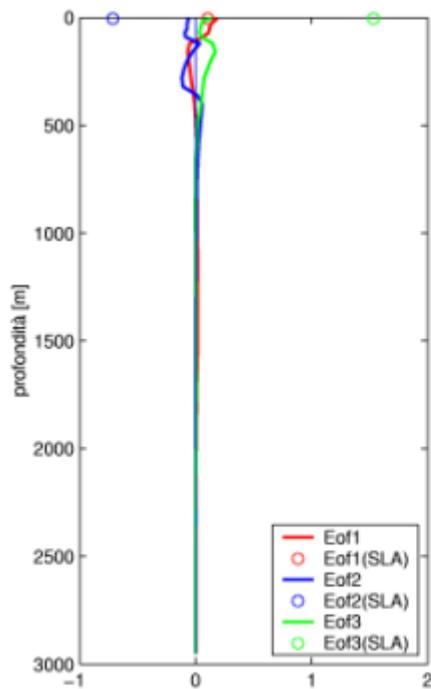


Figura 8-13 EOFs trivariate calcolate nel punto5. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la media del periodo di studio.

TEMPERATURA[degC] e SLA[cm]



SALINITÁ[psu]

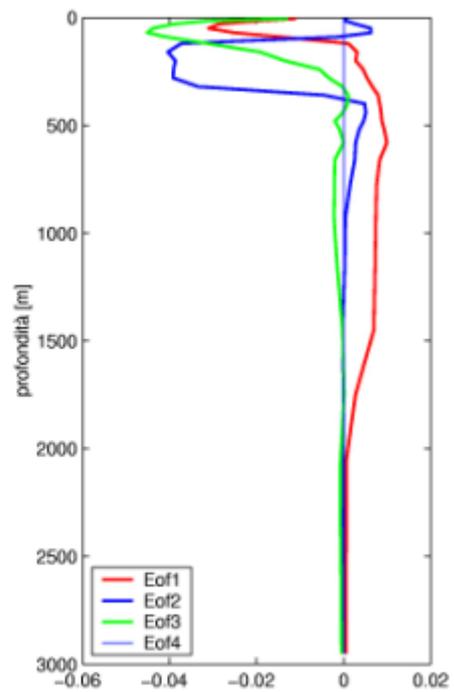
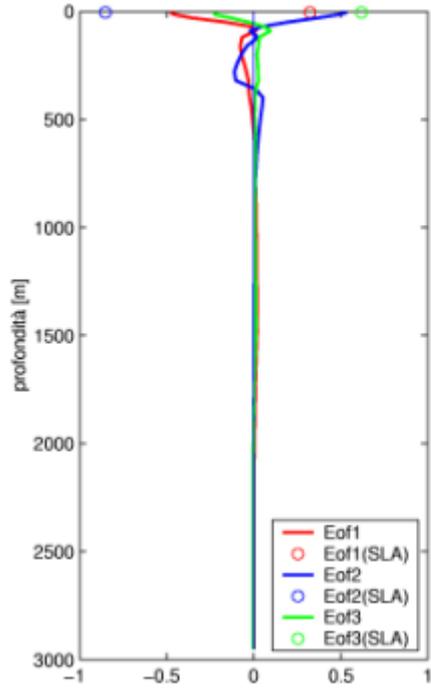


Figura 8-14 EOFs trivariate calcolate nel punto5. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la climatologia mensile.

TEMPERATURA[degC] e SLA[cm]



SALINITÁ[psu]

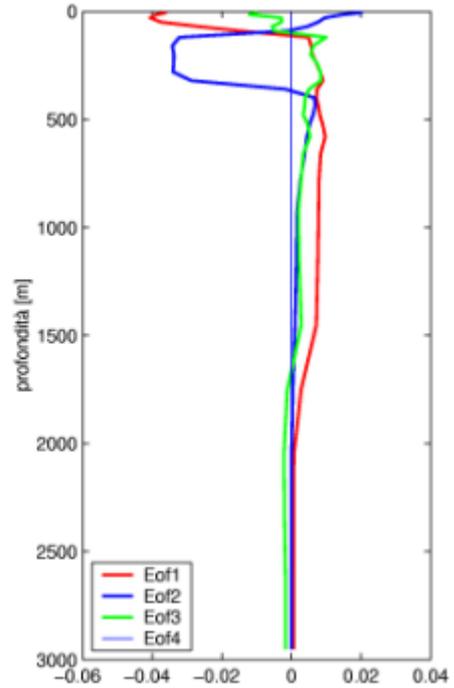


Figura 8-15 EOFs trivariate calcolate nel punto5. Le figure sono riferite a EOFs normalizzate con la climatologia annuale.

Bibliografia

Astraldi, M., Gasparini, G.P., Sparnocchia, S., 1994, *The seasonal and Interannual Variability in the Ligurian-Provencal Basin*. In "Seasonal and interannual variability of the Western Mediterranean Sea", Editore P.E. La Violette, Coastal and estuarine studies.

Ayoub, N., Le Traon, P., Y., De Mey, P., 1997, *Combining ERS-1 and Topex/Poseidon data to observe the variable oceanic circulation in the Mediterranean Sea*, Journal of Marine Systems.

Benzohra, M., Millot, C., 1995, *Characteristics and circulation of the surface and intermediate water masses off Algeria*, Deep Sea Reserch 43,10.

Demirov, E., Pinardi, N., Fratianni, C., Tonani, M., Giacomelli, L., De Mey, P., 2002, *Assimilation Scheme of Mediterranean Forecasting System: Operational implementation*.

De Mey, P., Benkiran, M., 2002, *A multivariate reducer-order optimal interpolation method and its application to Mediterranean basin-scale circulation*.

De Mey, P., Robinson, A., 1987, *Assimilation of altimeter eddy fields in a limited area quasi-geostrophic model*, Journal of Physical Oceanography.

Fratianni, C., Pinardi, N., Demirov, E., 2001, *Analisi critica delle previsioni marine a breve termine nella regione del Mediterraneo*.

Golub, G.,H., Van Loan, C., F., 1996, *Matrix computations*, Johns Hopkins University Press, Baltimore.

Korres, G., Pinardi, N., Lascaratos, A., 2000, *The ocean response to low-frequency interannual variability in the Mediterranean sea. Part I: Sensitivity Experiments and Energy Analysis*, Journal of Climate.

Korres, G., Pinardi, N., Lascaratos, A., 2000, *The ocean response to low-frequency interannual variability in the Mediterranean sea. Part II: Empirical Orthogonal Function Analysis*, Journal of Climate.

Lorenz, E. N., 1969, *The predictability of flow which passes many scales of motion*, Tellus XXI ,3.

Lorenz, E. N., Maggio 1969, *Three Approaches to Atmospheric Predictability*, Bulletin of the American Meteorology Society, Vol 50, No5.

Lorenz, E. N., 1963, *The predictability of hydrodynamic flow*, Section of planetary Science.

Lorenz, E. N., 1969, *Atmospheric Predictability as Revealed by Naturally Occurring Analogues*, Journal of atmospheric sciences.

Pinardi, N., 1993, *Oceanografia fisica del Mediterraneo*, Editrice La Scuola, Scuola e cultura.

Lorenz, E. N., 1956, *Empirical Orthogonal function and statistical weather prediction*, Scientific Report No1, Statistical Forecasting Project.

Masina, S., Pinardi, N., Navarra A., (2001) *A global ocean temperature and altimeter data assimilation system for studies of climate variability*. Climate Dynamics.

Mellor, G. L., Ezer, T., 1991, *A Gulf Stream model and an altimetry assimilation scheme*, Journal of Geophysical Research.

Millot, C., 1991, *Mesoscale and variabilities of circulation in the western Mediterranean*, Dynamics Atmospheric Oceans,15.

Molcard, A., Piterbarg, L., Griffa, A., Özgökmen, T.,M., Mariano A.J.,2002: *Assimilation of drifter position for the reconstruction of the Eulerian circulation field*, Journal of Geophysical Reserch.

Morrison., D.,F., 1976, *Metodi di analisi statistica multivariata*, Casa Editrice Ambrosiana .

Pagani C.D., Salsa S., 1991, *Analisi matematica*, vol2, Editore Masson

Paschini, E., Artegiani, A., Pinardi, N., 1993, *The mesoscale eddy field of the middle Adriatic Sea*, Deep Sea Reserch.

Peixoto, J., P., Oort , A.,H., 1992, *Physics of climate*, American Institute of Physics.

Pinardi, N., Allen, I., Demirov, E., De Mey, P., Lascaratos, A., Le Traon, P.Y., Maillard, C., Manzella, C., Tziavos, C., 2002, *The Mediterranean ocean Forecasting System: first phase of implementation (1998-2001)*, to be submitted to MFSPP Special issue of Annales Geophysicae.

Pinardi, N., Rosati, A., Pacanowski, R.,C., 1995: *The sea surface pressure formulation of rigid lid models. Implications for altimetric data assimilation studies*. Journal of Marine Systems.

Pinardi, N., Masetti, E., 2000, *Variability of the large scale general circulation of the Mediterranean Sea from observations and modelling: a review*, *Paleoceanografia Paleocologia Paleoclimatologia*.

Pinardi, N., Navarra, A., 1993, *Baroclinic wind adjustment processes in the Mediterranean sea*, *Deep-sea research II*.

Pinardi, N., Navarra, A., 1987, *A brief review of global Mediterranean wind-driven general circulation experiments*, Technical Report 132.

Pinardi, N., Flemming, N., C., 1998, *The Mediterranean Forecasting System Science Plan*, EuroGOOS Publication No.11, Southampton Oceanography Centre, Southampton.

Roussenov, V., Stanev, E., Artale, V., and Pinardi, N., 1995, *A seasonal model of the Mediterranean Sea*, *Journal of Geophysical Research*.

Robinson, A. R., *Data assimilation*, Cap 20, Vol 10, the Sea.

Robinson, A.R., Leslie, W.G., Theoharis, A., Lascaratos, A., 2001, *Mediterranean Sea Circulation*, Indira.

Robinson, A., R., 1986, *Data Assimilation, Mesoscale Dynamics and Dynamical Forecasting. Advanced Physical Oceanographic Numerical Modelling*, J.J. O'Brien, editor, R. Reidel Publishing Co.,

Sparnocchia, S., Pinardi, N., Demirov, E., 2002, *Multivariate Empirical Orthogonal Function analysis of the upper thermocline structure of the Mediterranean sea from observation and model simulation*.

Von Storch, H.,e Navarra, A., 1999, *Analisis of Climate Variability*, Editore Springer.